EBERHARD KARLS
UNIVERSITÄT
TÜBINGEN

Mathematisch-
Naturwissenschaftliche
Fakultät

Fachbereich Mathematik

Dr. Fabian Merle

Mathematik für Informatik 4: Numerik

Sommersemester 23 **Tübingen, 13.06.2023**

Übungsblatt 7

Problem 1. Zeigen Sie, daß es maximal ein Interpolationspolynom p vom Grad n gibt mit $p(x_i) = y_i$ für vorgegebene Knotenpunkte $(x_0, y_0), \dots, (x_n, y_n)$ mit paarweise verschiedenen x_i.

Problem 2. Bestimmen Sie die Anzahl der Rechenoperationen (jeweils die Anzahl der Additionen bzw. Multiplikationen), die für die Berechnung eines Interpolationspolynoms in Lagrange-Darstellung nötig sind.

Problem 3. Bestimmen Sie die Anzahl der Rechenoperationen beim dividierten Differenzen-Verfahren mit Newton-Polynomen. Vergleichen Sie diese mit der aus **Problem 2**. Was ist — abgesehen von weniger Rechenschritten — der Vorteil gegenüber dem Lagrange-Ansatz?

Problem 4 (Programmieraufgabe: Polynominterpolation).
Es sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch

$$f(x) = \frac{1}{(1 + 25x^2)}$$

gegeben.

a) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion $\texttt{NewtonInter}(\texttt{x}, \texttt{y}, \texttt{u})$, welche für zwei übergebene Vektoren $x, y \in \mathbb{R}^{n+1}$, die die Punkte (x_i, y_i) für $i = 0, ..., n$ beinhalten und einen übergebenen Vektor $u \in R^m$ die Koeffizienten c_i des Newton-Interpolationspolynoms p, sowie simultan die Funktionswerte $v_j = p(u_j)$ für $j = 1, ..., m$ mit Hilfe der dividierten Differenzen berechnet (ohne die Verwendung der beiden Matlab-Befehle `polyfit` und `polyval`) und in geeigneten Vektoren $c \in \mathbb{R}^{n+1}$ bzw. $v \in \mathbb{R}^m$ zurückgibt. Sie dürfen hierbei annehmen, dass die Stützstellen x_i paarweise verschieden sind. Die MATLAB-Funktion soll dabei folgende Gestalt haben:

```
function [v,c] = NewtonInter(x,y,u)
...
end
```

b) Implementieren Sie obige Funktion f, die zu x den Wert $f(x)$ liefert als MATLAB-Funktion. Die Funktion kann dann mittels $\texttt{f}(\texttt{x})$ aufgerufen werden und soll dabei folgende Gestalt haben:

```
function [y] = f(x)
...
end
```

c) Schreiben Sie das MATLAB-Skript `main.m`, welches unter Verwendung der Funktion `NewtonInter` folgende Punkte realisiert:
Interploieren Sie die Funktion f im Intervall $[-1, 1]$ unter der Verwendung von Stützstellen $x_i = \cos\left(\frac{(2i+1)\pi}{2n+2}\right)$ mit $i = 0, ..., n$ für $n = 4, 8, 12$. Plotten Sie die resultierenden Interpolationspolynome zusammen mit f in ein geeignetes Schaubild. Plotten Sie den Interpolationsfehler $|p(x) - f(x)|$ für alle $x \in [-1, 1]$ im Falle $n = 12$ in ein weiteres Schaubild. Verwenden Sie hierbei die MATLAB-Befehle `figure(1)` und `figure(2)` um unterschiedliche Schaubilder zu initialisieren.

.