



Mathematik für Informatik 4: Numerik

Sommersemester 23

Tübingen, 26.04.2023

Übungsblatt 1

Problem 1.

- Geben Sie möglichst viele hinreichende Kriterien an, wann eine quadratische Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ invertierbar ist. Sind diese auch notwendig?
- Was sagt der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung aus? Für welche Funktionen ist er gültig?
- Was besagt der Mittelwertsatz der Differentialrechnung? Was besagt der Mittelwertsatz der Integralrechnung?
- Wiederholen Sie den Satz von Taylor für eine Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Welche Voraussetzung muß dabei f erfüllen? Geben Sie mindestens zwei Restgliedformen an.

Problem 2. Seien φ_1, φ_2 und φ_3 gegeben durch die Vorschriften

$$\varphi_1(x, y) = x + y, \quad \varphi_2(x, y) = x \cdot y, \quad \varphi_3(x, y) = \frac{x}{y}.$$

Untersuchen Sie den relativen Fehler

$$\text{err}_{\text{rel}}(\varphi_i) = \frac{\varphi_i(\tilde{x}, \tilde{y}) - \varphi_i(x, y)}{\varphi_i(x, y)}$$

für die Näherungswerte

$$\tilde{x} = x(1 + \varepsilon_x), \quad \tilde{y} = y(1 + \varepsilon_y).$$

Für welche Konstellation von x und y werden die Eingabefehler ε_x und ε_y jeweils verstärkt? Welche der Grundrechenarten Addition, Multiplikation und Division sind damit gut gestellt, und daher beim Rechnen mit Computern und Taschenrechnern stabil gegenüber Rundungsfehlern?

Problem 3. Geben Sie den Aufwand gemessen in elementaren Rechenoperationen an, indem Sie die genaue Anzahl an elementaren Rechenoperationen für a) und b) bestimmen.

- $A \cdot B$, wobei $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ und $B \in \mathbb{R}^{m \times k}$.
- $R \cdot U$, wobei $R, U \in \mathbb{R}^{n \times n}$ rechte obere Dreiecksmatrizen sind.

Hinweis: Eine elementare Rechenoperation ist eine Addition, Subtraktion, Multiplikation oder Division.