

9. Übungsblatt zur Numerik für Informatiker, Bio- und Medieninformatiker

Aufgabe 13: (Quadraturformel)

Bestimmen Sie eine Quadraturformel (d.h. deren Gewichte)

$$I(f) = b_1 f(0) + b_2 f\left(\frac{\pi}{2}\right) + b_3 f(\pi),$$

so dass durch I alle Funktionen aus dem Raum, der durch $\{1, \sin(x), \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\}$ aufgespannt wird, auf $[0, \pi]$ exakt integriert werden (mit Begründung).

Aufgabe 14: (Legendre-Polynome)

Definition:

Das Legendre-Polynom P_n ist durch folgende Eigenschaften eindeutig bestimmt:

- (i) P_n ist ein Polynom vom Grad n ,
- (ii) $\int_{-1}^1 P_n(t)P_m(t) dt = 0$ für $m \neq n$,
- (iii) $P_n(1) = 1$.

Berechnen Sie mit den oben genannten Eigenschaften die ersten drei Legendre-Polynome P_0, P_1, P_2 und skizzieren Sie diese.

Besprechung in den Übungen am 26. und 27.06.2018.

Bitte wenden!

Aufgaben Hausübung Blatt 4

Aufgabe 10*: (4 Punkte)

- (a) Geben Sie zur genäherten Berechnung von $\int_a^b \int_a^b f(x, y) dx dy$ eine Quadraturformel an, die auf Anwendung der Simpsonregel in x - und y -Richtung beruht.
- (b) Berechnen Sie auf die in (a) genannte Weise das Integral

$$\int_0^1 \int_0^1 x^4 y^4 dx dy.$$

Aufgabe 11*: (4 Punkte)

Es seien die Knoten $c_1 = 0$ und $c_3 = 1$ einer Quadraturformel für $s = 3$ vorgegeben.

- (a) Bestimmen Sie den Knoten c_2 sowie die Gewichte b_1 , b_2 und b_3 so, dass die Ordnung der Quadraturformel maximal wird.
- (b) Wie groß ist die Ordnung Ihrer Quadraturformel?

Aufgabe 12*: (4 Punkte)

Gibt es eine Quadraturformel der Form

$$\int_a^b f(x) dx \approx \alpha (f(a) - f(b)),$$

die exakt für alle Polynome vom Grad 2 ist?

Hinweis: Betrachten Sie dazu $f(x) = 1, x, x^2$.

Schriftliche Abgabe der Hausübung in maximal Zweiergruppen am 25.06.2018 zu Beginn der Vorlesung.

Ansprechpartner: Sarah Eberle,
eberle@na.uni-tuebingen.de oder vereinbaren Sie einen Termin für meine Sprechstunde