

## 12. Übungsblatt zur Numerik für Informatiker und Bio- und Medieninformatiker

**Aufgabe 31:** Es seien die Knoten  $c_1 = 0$  und  $c_3 = 1$  einer Quadraturformel für  $s = 3$  vorgegeben. Bestimmen Sie den Knoten  $c_2$  sowie die Gewichte  $b_1$ ,  $b_2$  und  $b_3$  so, dass die Ordnung der Quadraturformel maximal wird. Wie groß ist die Ordnung Ihrer Quadraturformel?

**Aufgabe 32:** Zeigen Sie die folgende Fehlerabschätzung für die Trapezregel:

$$\left| \underbrace{\int_{x_0}^{x_0+h} f(x) dx}_{=I(f)} - \frac{h}{2} (f(x_0) + f(x_0+h)) \right| \leq \frac{h^3}{12} \max_{x \in [x_0, x_0+h]} |f''(x)|,$$

indem Sie  $\frac{h}{2} (f(x_0) + f(x_0+h)) = I(\hat{f})$  als Integral über eine  $f$  interpolierende Funktion  $\hat{f}$  interpretieren und die Restglieddarstellung der Polynominterpolation investieren.

**Aufgabe 33:** Berechnen Sie näherungsweise das Integral

$$\int_0^2 x^2 e^{3x} dx$$

mit fünffacher Verwendung der Simpson-Regel auf äquidistanten Intervallen.

**Programmierprojekt 5 (Diskrete FT) :** Implementieren Sie rekursiv (ohne den `fft`-Befehl von Matlab, da die Definition nicht identisch mit der Vorlesung) die FFT zu vorgegebenen Werten  $x_i$ ,  $i = 0, \dots, N-1$  mit  $N = 2^k$ . Die Matlab-Funktion soll folgende Form besitzen:

```
function xhat = FFTrek(x)
    :
end
```

Testen Sie Ihr Programm mit den Daten  $f_i = i$ ,  $i = 0, 1, 2, 3$  wie in Aufgabe 29 in einer Datei `main.m`, um die Koeffizienten der Tschebyscheff-Darstellung zu berechnen.

Freiwillige Zusatzaufgabe: Realisieren Sie die zweidimensionale FFT, indem Sie die eindimensionale FFT zunächst auf die Zeilen und dann auf die Spalten von  $X$  anwenden und berechnen Sie effizient die Faltung der Matrix `double(imread('Ausgangsmatrix.jpg'))` und der Matrix, welche in der Datei `Faltungsmatrix.asc` gespeichert ist. Das Ergebnis  $C$  läßt sich mit `imwrite(C/255, 'Ergebnismatrix.jpg')`; wieder als Bilddatei speichern. Die Bilddatei und die Faltungsmatrix finden Sie auf der Webseite zu den Übungen.

### Allgemeine Hinweise:

- (1) Abgabe des Matlab-Programms bis Montag, den 23.07.2012.
- (2) Der Quellcode muss leicht nachvollziehbar sein, er muss übersichtlich und gut kommentiert sein.
- (3) Die Programmieraufgabe kann in Zusammenarbeit von maximal 4 Personen erfolgen.

**Die Klausur findet am Freitag, den 27.07.2012, von 13.00 – 15.00 Uhr im Hörsaal N3 statt.**

**Besprechung der Aufgaben in der nächsten Übungsstunde.**