

10. Übungsblatt zur Numerik für Informatiker und Bio- und Medieninformatiker

Aufgabe 26: Beweisen Sie die Aussage des ersten Satzes der Vorlesung im Abschnitt “Tschebyscheff-Interpolation” unter Zuhilfenahme des folgenden (nicht zu beweisenden) Resultates:

Lemma: Sei $q(x) = 2^{n-1}x^n + \dots$ ein Polynom vom Grad $\leq n$ und ungleich dem n -ten Tschebyscheff-Polynom T_n . Dann gilt:

$$\max_{x \in [-1,1]} |q(x)| > \max_{x \in [-1,1]} |T_n(x)|.$$

Aufgabe 27:

Berechnen Sie $\ln x$ für $x = 4.609375$ wie im Beispiel der Vorlesung unter Zuhilfenahme der Koeffizienten

$$\begin{array}{ll} c_0 = 0.75290563 & c_3 = 0.00336706 \\ c_1 = 0.34314575 & c_4 = -0.00043309 \\ c_2 = -0.02943725 & c_5 = 0.00005822 \end{array}$$

des Interpolationspolynoms in Tschebyscheff-Darstellung

$$p(x) = \frac{1}{2}c_0 + c_1T_1(x) + \dots + c_5T_5(x).$$

Wie genau ist die Berechnung?

Programmierprojekt 4 (Interpolation und Approximation) : Implementieren Sie den Algorithmus zur Berechnung der dividierten Differenzen zu vorgegebenen Stützpunkten (x_i, f_i) mit paarweise verschiedenen x_i . Realisieren Sie zudem die Auswertung des Interpolationspolynoms in Newton-Darstellung durch das Horner-Schema. Die Matlab-Funktionen sollen folgende Form besitzen:

```
function a = DivDiff(x,f)                function y = Horner(x,a)
    :                                     :
    :                                     :
end                                       end
```

Testen Sie Ihr Programm mit den Daten

$$\begin{array}{ll} x_k = \frac{10k}{n} - 5, & f_k = \frac{1}{x_k^2 + 1}, \\ x_k = 5 \cdot \cos\left(\frac{2k+1}{2n+2}\pi\right), & f_k = \frac{1}{x_k^2 + 1}, \end{array} \quad k = 0, \dots, n$$

für $n = 4, 6, 8, 10$ und plotten Sie die Interpolationspolynome jeweils im Intervall $[-5, 5]$ realisiert in einer Datei `main.m`. Interpretieren Sie das Ergebnis.

Allgemeine Hinweise:

- (1) Abgabe des Matlab-Programms bis Montag, den 09.07.2012.
- (2) Der Quellcode muss leicht nachvollziehbar sein, er muss übersichtlich und gut kommentiert sein.
- (3) Die Programmieraufgabe kann in Zusammenarbeit von maximal 4 Personen erfolgen.

**Die Klausur findet am Freitag, den 27.07.2012, von 13.00 – 15.00 Uhr im Hörsaal N3 statt.
Besprechung der Aufgaben in der nächsten Übungsstunde.**