

8. Übungsblatt zur Numerik für Informatiker und Bio- und Medieninformatiker

Aufgabe 21 (Newton-Verfahren): Formulieren Sie für das nichtlineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 6, \\x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 &= 11, \\x_1x_2x_3 &= 6\end{aligned}$$

das Newton-Verfahren, indem Sie $f(x)$ und die Jacobi-Matrix $f'(x)$ explizit angeben. Führen Sie einen Iterationschritt des Verfahrens für den Startwert $x = (4, -2, 0)^T$ durch.

Aufgabe 22:

- (1) Berechnen Sie iterativ $x = 1/a$ für ein gegebenes $a \neq 0$ ohne Division. Für welche Startwerte x_0 konvergiert das Verfahren?
- (2) Geben Sie ein lokal quadratisch konvergentes Iterationsverfahren zur Berechnung von $x = \sqrt{a}$ für $a > 0$ an. Verwenden Sie dabei nur die arithmetischen Grundoperationen.

Aufgabe 23 (Monom- und Newton-Darstellung des Interpolationspolynoms):

Bestimmen Sie jeweils die Art und die Anzahl der Rechenoperationen, die zur Auswertung des Interpolationspolynoms in Monom- und Newton-Darstellung nötig sind.

Wie und mit welchem Aufwand lassen sich die Koeffizienten dieser beiden Darstellungen mit Hilfe der bereits in der Vorlesung behandelten Mittel bestimmen?

Aufgabe P3 (Programmieraufgabe: Newton-Verfahren):

Implementieren Sie das Newton-Verfahren, welches für gegebenen Startwert x_0 Newton-Iterationen bis zu $\|\Delta x_k\|_2 \leq TOL$ durchführt. Die Matlab-Funktion soll folgende Form besitzen:

```
function x = NewtonVerf(x0,TOL)
    :
end
```

Testen Sie Ihre Funktion am System und dem Startwert aus Aufgabe 21 in einer Datei `main.m`, indem Sie die Matlab-Funktionen der LR-Zerlegung und der Vorwärts- und Rückwärtssubstitution der vorherigen Programmieraufgaben verwenden. Die Funktion $f(x)$ und die Jacobi-Matrix $f'(x)$ sollen als eigene Matlab-Funktionen realisiert werden.

Bemerkung: Damit berechnen Sie zugleich alle Nullstellen des Polynoms $p(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ (Vieta).

Allgemeine Hinweise:

- (1) Abgabe des Matlab-Programms bis Montag, den 25. 06. 2012.
- (2) Der Quellcode muss leicht nachvollziehbar sein, d.h. er muss übersichtlich und gut kommentiert sein.
- (3) Die Programmieraufgabe kann in Zusammenarbeit von maximal 4 Personen erfolgen.

Besprechung der Aufgaben in der nächsten Übungsstunde.