

6. Übungsblatt zur Numerik für Informatiker und Bio- und Medieninformatiker

Aufgabe 16 (Kondition der Normalengleichung):

Für $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $m \geq n$, ist die Konditionszahl definiert durch

$$\kappa(A) = \frac{\max_{\|x\|=1} \|Ax\|}{\min_{\|y\|=1} \|Ay\|}.$$

Sei $A = QR$ die QR-Zerlegung von A mit $R = \begin{pmatrix} \tilde{R} \\ 0 \end{pmatrix}$.

Zeigen Sie, dass für die zur euklidischen Norm gehörende Kondition κ_2 gilt:

- (1) $\kappa_2(A) = \kappa_2(R) = \kappa_2(\tilde{R}) \geq \frac{\max_{i=1,\dots,n} |r_{ii}|}{\min_{k=1,\dots,n} |r_{kk}|}$
- (2) $\kappa_2(A^T A) = \kappa_2(A)^2$

Aufgabe 17:

Es liege das mathematische Gesetz $y = x_1 z + x_2$ mit zwei unbekanntem Parametern x_1, x_2 vor, zu dem ein Satz von Messdaten $\{y_l, z_l\}_{l=1,\dots,m}$ mit $z_l = l$ gegeben sei.

- (1) Stellen Sie das zugehörige lineare Gleichungssystem $Ax = y$ auf. Wie lautet die Normalgleichung für das lineare Ausgleichsproblem?
- (2) Berechnen Sie die Cholesky-Zerlegung $A^T A = LL^T$.

Aufgabe P2 (Programmieraufgabe: Cholesky-Zerlegung):

Implementieren Sie die Cholesky-Zerlegung. Die Matlab-Funktion soll folgende Form besitzen:

```
function L = CholZer(A)
    :
end
```

Testen Sie Ihre Funktion am System aus Aufgabe 15 in einer Datei `main.m`, indem Sie die (eventuell korrigierten und angepassten) Matlab-Funktionen der Vorwärts- und Rückwärtssubstitution der vorherigen Programmieraufgabe verwenden.

Allgemeine Hinweise:

- (1) Abgabe des Matlab-Programms bis **Sonntag, den 03.06.2012**.
- (2) Der Quellcode muss leicht nachvollziehbar sein, d.h. er muss übersichtlich und gut kommentiert sein.
- (3) Die Programmieraufgabe kann in Zusammenarbeit von maximal 4 Personen erfolgen.

Am 4.6 fällt die Vorlesung aus. Für alle Interessierten wird jedoch alternativ eine Globalübung angeboten, in welcher die beiden bisherigen Programmieraufgaben besprochen werden.

Besprechung der Aufgaben in der nächsten Übungsstunde.