

1. Übungsblatt zur Numerik für Informatiker und Bio- und Medieninformatiker

Aufgabe 1 (Vorwärtssubstitution):

Formulieren Sie einen Algorithmus zum Lösen des Gleichungssystems

$$Ly = b,$$

wobei L eine invertierbare, untere Dreiecksmatrix ist. Geben Sie die Formel zur Berechnung von y_i an. Wieviele und welche (Multiplikation, Addition) Operationen sind zur Bestimmung von y nötig?

Aufgabe 2 (Frobenius-Matrix):

Gegeben seien Frobenius-Matrizen der Form

$$L_k = \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & -l_{k+1,k} & 1 & & \\ & & \vdots & & \ddots & \\ & & -l_{n,k} & & & 1 \end{pmatrix}, \quad k = 1, \dots, (n-1).$$

Zeigen Sie, dass die Inversen der Matrizen L_k wiederum Frobenius-Matrizen dergleichen Form sind, wobei lediglich die $-l_{j,k}$ durch $l_{j,k}$ zu ersetzen sind, und bestimmen Sie $L := L_1^{-1} \cdot \dots \cdot L_{n-1}^{-1}$ für $n = 4$. Vollziehen Sie zudem nach, dass die Matrizen \hat{L}_k aus dem Beweis von Satz 2 der Vorlesung ebenfalls Frobenius-Matrizen dieser Form sind.

Aufgabe 3 (Gauß-Elimination mit Spaltenpivotwahl):

Bestimmen Sie die Matrizen P, R und L der Zerlegung $LR = PA$ durch Gauß-Elimination mit Spaltenpivotwahl für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 \\ -8 & 12 & -4 \\ 4 & -2 & 10 \end{pmatrix}.$$

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit Hilfe der Zerlegung für

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Besprechung der Aufgaben in der nächsten Übungsstunde. Die Übungen finden montags 10–12, 15–17 Uhr statt. Informationen zu den Übungen erhalten Sie unter http://na.uni-tuebingen.de/ex/dwnuminf_ss12/.