

7. Übungsblatt zur Numerischen Mathematik für Informatiker und Bioinformatiker

Aufgabe 18:

Gegeben sei die Funktion $f(x) = xe^{x-2} - 1$

- (1) Zeigen Sie, dass f genau eine Nullstelle x^* im Intervall $[1,2]$ besitzt.
- (2) Zeigen Sie, dass die Funktionen

$$\begin{aligned}F_1(x) &:= e^{2-x} \\F_2(x) &:= 2 - \ln(x)\end{aligned}$$

Iterationsverfahren zur Berechnung von x^* bilden, d.h. die Fixpunkte von F_i mit den Nullstellen von f übereinstimmen. Treffen Sie Aussagen über die Konvergenz der Fixpunktiteration

$$x_{k+1} = F_i(x_k),$$

indem Sie verschiedene Startwerte x_0 im Intervall $[1,2]$ wählen und einige Iterationen durchführen.

- (3) Wenden Sie ebenfalls das Newton-Verfahren auf die Gleichung $f(x) = 0$ an.

Aufgabe 19:

Zeigen Sie, dass die Iteration $x_{k+1} = \cos(x_k)$ für alle Startwerte $x_0 \in \mathbb{R}$ gegen den einzigen Fixpunkt $x^* = \cos(x^*)$ konvergiert.