Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Dr. Daniel Weiß

Tübingen, den 17. 6. 2009

8. Übungsblatt zur Numerischen Mathematik für Informatiker und Bioinformatiker

Aufgabe 22:

Beweisen Sie die Aussage von Satz 20 der Vorlesung unter Zuhilfenahme des folgenden (nicht zu beweisenden) Resultates:

Lemma:
Sei $q(x) = 2^{n-1}x^n + \dots$ ein Polynom vom Grad $\leq n$ und ungleich dem n-ten Tschebyscheff-Polynom T_n. Dann gilt:

$$\max_{x\in[-1,1]} |q(x)| > \max_{x\in[-1,1]} |T_k(x)|.$$

Aufgabe 23:

1) Zeigen Sie, dass die Anwendung des Clenshaw-Algorithmus auf die Tschebyscheff-Darstellung

$$p(x) = \frac{1}{2}c_0 + c_1T_1(x) + \dots + c_nT_n(x)$$

auf das Ergebnis

$$p(x) = \frac{1}{2}(d_0 - d_2)$$

führt.
2) Formulieren Sie den Clenshaw-Algorithmus in Pseudo-Code und bestimmen Sie (leicht nachvollziehbar) den Aufwand der Auswertung des Interpolationspolynoms in Tschebyscheff-Darstellung.

Aufgabe 24:

Berechnen Sie $\log x$ für $x = 4.609375$ wie im Beispiel 18 der Vorlesung unter Zuhilfenahme der Koeffizienten

$$\begin{aligned}
c_0 &= 0.75290563\\
c_1 &= 0.34314575\\
c_2 &= -0.02943725\\
c_3 &= 0.00336706\\
c_4 &= -0.00043309\\
c_5 &= 0.00005822
\end{aligned}$$

des Interpolationspolynoms in Tschebyscheff-Darstellung

$$p(x) = \frac{1}{2}c_0 + c_1T_1(x) + \dots + c_5T_5(x).$$

Wie genau ist die Berechnung?
Hinweis: Die Darstellung von x zur Basis $d = 2$ lautet $0.100100111 \cdot 2^3$.

Besprechung und Abgabe der Aufgaben in der nächsten Übungsstunde.