Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Andreas Prohl

Tübingen, den 14.04.2008

1. Übungsblatt zur Numerischen Mathematik für Bioinformatiker

Aufgabe 1:

Der Satz von Taylor gibt eine (nicht besonderes effiziente) Methode um den Wert einer glatten Funktion in einem Punkt zu approximieren. Benutzen Sie diese Methode, um

(1) eine obere Schranke für den Fehler in der Approximation $\sin(x) \approx x$ für $|x| \leq \pi/4$ zu finden;
(2) eine Approximation von $\cos(x)$ für $|x| < \pi/4$ mit einem Fehler kleiner als 10^{-5} zu finden.

Aufgabe 2:

Zu lösen sei $x^2 - 2px - q = 0$ für $p = 1$ und $q = 0,0002$. Die Lösungen $x_{1,2}$ lassen sich durch die beiden Verfahren

(1) $d = p^2 + q, \quad x_1 = p + \sqrt{d}, \quad x_2 = p - \sqrt{d}$
(2) $d = p^2 + q, \quad x_1 = p + \sqrt{d}, \quad x_2 = -q/x_1$

berechnen.

Nehmen Sie an, Sie verwenden diese Verfahren auf einem Computer, der nach jedem Schritt auf 4 Stellen rundet und auf einem genaueren Computer, der auf 5 Stellen rundet. Vergleichen Sie die beiden Verfahren und erklären Sie die unterschiedlichen Resultate.

Bemerkung: $0,01001$, $10,01$ und 100100 sind jeweils vierstellige Zahlen.

Programmieraufgabe 1 :

Berechnen Sie numerisch $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}$ für $n = 1, 2, \ldots, 10^5$ und plotten Sie das Ergebnis.

Konvergiert $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}$? Begründen Sie (analytisch).

Programmieraufgabe 2 :

Schreiben Sie ein Programm, das die Näherungswerte $\sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} \approx e^x$ berechnet und plottet für $x = -5,5$ und $n = 1, 2, \ldots, 30$. Die Berechnung soll auf folgende drei Arten erfolgen:

(1) mittels obiger Formel
(2) mit der Umformung $e^{-5,5} = 1/e^{5,5}$ und obiger Formel
(3) mit der Umformung $e^{-5,5} = (e^{-0,5})^{11}$ und obiger Formel

Erklären Sie die beobachteten Effekte.

Hinweis: Verwenden Sie für die Darstellung der Zahlenwerte in erhöhter Genauigkeit den Befehl `format long`.

Besprechung der Aufgaben in den Übungen am 28.04.2008.