

7. Übungsblatt zur Numerik instationärer Differentialgleichungen

Aufgabe 18:

Behandeln Sie die Wellengleichung mit Neumann Randbedingungen $u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0$ mittels Fourier-Reihen. Hinweis: Setzen Sie u auf $[-\pi, 0]$ gerade fort.

Aufgabe 19:

Geben Sie den Abhängigkeitsbereich und die CFL-Bedingung für das Zentrierte-Differenzen-Schema

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\tau} = c \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h}$$

und für die Friedrichs-Methode

$$\frac{u_j^{n+1} - \frac{1}{2}[u_{j+1}^n + u_{j-1}^n]}{\tau} = c \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h}$$

an.

Programmieraufgabe 3 :

Weisen Sie durch geeignete Wahlen der Gitterweite h , der Schrittweite τ und der Wellengeschwindigkeit c die Instabilität des Leapfrog-Schemas angewendet auf die Wellengleichung

$$\begin{aligned} \partial_{tt}u &= c^2 \partial_{xx}u, \\ u(x, 0) &= u_0(x), \quad 0 \leq x \leq \pi, \\ \partial_t u(x, 0) &= v_0(x), \quad 0 \leq x \leq \pi, \\ u(0, t) &= u(\pi, t) = 0 \quad \forall t > 0, \end{aligned}$$

nach.

Besprechung in den Übungen am 12.06.2012

Die Übungen finden jeweils dienstags von 16–18 Uhr im Raum S9 statt.