

7. Übungsblatt zur Numerischen Behandlung von Differentialgleichungen II

Aufgabe 19:

Behandeln Sie die Wellengleichung mit Neumann Randbedingungen $u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0$ mittels Fourier-Reihen.

Hinweis: Setzen Sie u auf $[-\pi, 0]$ gerade fort.

Aufgabe 20:

Untersuchen Sie die Stabilität für das Zentrierte-Differenzen-Schema:

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\tau} = c \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h}$$

und für die Friedrichs-Methode

$$\frac{u_j^{n+1} - \frac{1}{2}[u_{j+1}^n + u_{j-1}^n]}{\tau} = c \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h}.$$

Aufgabe 21: (Ordnungsreduktion)

Beweisen Sie für den lokalen Fehler der impliziten Mittelpunkregel

$$y_1 = y_0 + hf\left(x_0 + \frac{1}{2}h, \frac{y_0 + y_1}{2}\right)$$

angewendet auf das AWP $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ mit

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \lambda(y - \varphi(x)) + \varphi'(x) \\ y_0 &= \varphi(x_0) \end{aligned}$$

die Darstellung

$$y_1 - \varphi(x_0 + h) = \frac{h\lambda}{2 - h\lambda} \mathcal{O}(h^2) + \mathcal{O}(h^3).$$

Interpretieren Sie das Ergebnis für $h \rightarrow 0$ und $h\lambda \rightarrow \infty$.

Besprechung in den Übungen am 07.06.2010

Die Übungen finden jeweils montags von 16–18 Uhr im Raum C9G09 statt.