

9. Übungsblatt zur Numerik stationärer Differentialgleichungen

Aufgabe 22:

Es sei eine Triangulierung eines beschränkten Gebietes $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ und eine Funktion u , die auf jedem Dreieck C^1 ist, gegeben.

Zeigen Sie:

$$u \in H^1(\Omega) \iff u \in C(\bar{\Omega})$$

Hinweis: $u \in H^1(\Omega) \iff u \in L^2(\Omega)$ und u besitzt schwache Ableitungen (vgl. Aufg. 20).

Aufgabe 23:

- (a) Geben Sie eine stetige Funktion auf $[0,1]$ an, die nicht in $H^1(0,1)$ enthalten ist.
- (b) Sei Ω eine Kugel im \mathbb{R}^3 mit Zentrum im Ursprung. Zeigen Sie: Für $\alpha < 1/2$ ist durch $u(x) = \|x\|^{-\alpha}$ eine Funktion in $H^1(\Omega)$ gegeben.

Aufgabe 24:

Sei $\Omega = [a, b]$ ein reelles Intervall. Dann ist $H^1(a, b) \subset C[a, b]$.

Hinweis:

- (a) Zeigen Sie: $|v(x)| \leq C\|v\|_1$ für $v \in C^\infty[a, b]$.
- (b) Benutzen Sie die Dichte von C^∞ in H^1 bezüglich der $\|\cdot\|_1$ -Norm.

Besprechung in der Übung am 21.12.2021.