

## 12. Übungsblatt zur Numerik stationärer Differentialgleichungen

### Aufgabe 32:

Zeigen Sie für lineare Funktionen  $v$  auf einem Dreieck  $K$  mit Durchmesser  $h$  und Inkreisradius  $\rho$

$$\|v\|_\infty \leq C h^{-1} \|v\|_{0,K},$$

wobei  $C$  nicht von  $K$  abhängt, solange  $h/\rho \leq \text{Const.}$

### Aufgabe 33:

Sei  $K$  ein Dreieck mit Durchmesser  $h$  und Inkreisradius  $\rho$ . Zeigen Sie, dass für den Interpolationsfehler gilt

$$\|u - \Pi_h u\|_\infty \leq Ch |u|_{2,K} \quad \text{für alle } u \in H^2(K),$$

wobei  $C$  nicht von  $K$  abhängt, solange  $h/\rho \leq \text{Const.}$

Hinweis:  $H^2(K) \hookrightarrow C(K)$  mit  $\|\cdot\|_\infty$  ist stetig und linear nach dem Sobolev'schen Einbettungssatz. Zeigen Sie die Aussage zunächst für das Referenzdreieck.

### Aufgabe 34:

Ein  $H^2$ -reguläres Randwertproblem werde mit einer Finite Elemente – Methode mit linearen Finiten Elementen gelöst. Zeigen Sie, dass für den Fehler gilt

$$\|u - u_h\|_\infty \leq Ch |u|_2.$$

Hinweis: Verwenden Sie  $u - u_h = (u - \Pi_h u) + (\Pi_h u - u_h)$ , die Aufgaben 32, 33 und dann  $\Pi_h u - u_h = (\Pi_h u - u) + (u - u_h)$ .

**Besprechung in der Übung am 20.01.2014.**

Ansprechpartner: Bernd Brumm,

brumm@na.uni-tuebingen.de, Sprechstunde Fr 13 - 17 nach Anmeldung