

8. Übungsblatt zur Numerik stationärer Differentialgleichungen

Aufgabe 25:

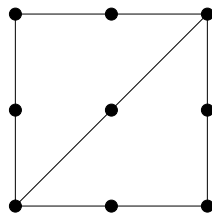
Sei $\Omega = [a, b]$ ein reelles Intervall. Dann ist $H^1(a, b) \subset C[a, b]$.

Hinweis:

- (a) Zeigen Sie: $|v(x)| \leq C\|v\|_1$ für $v \in C^\infty[a, b]$.
- (b) Benutzen Sie die Dichte von C^∞ in H^1 bezüglich der $\|\cdot\|_1$ -Norm.

Aufgabe 26:

Geben Sie die Basisfunktionen für ein Dreieckselement mit quadratischem Polynomraum an. Geben Sie die globale Basisfunktion entsprechend dem Punkt $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ in die unten gezeichnete Triangulierung des Einheitsquadrates an.



Erläutern Sie, wie man die Basisfunktionen für das Dreieckselement mit kubischen Polynomen erhält.

Aufgabe 27:

Es sei ein Viereckselement mit 8 Knoten gegeben, dessen Kanten auf den Linien $|x| = 1$, $|y| = 1$ liegen. Die 8 Knoten seien die Ecken und die Kantenmittelpunkte des Vierecks.

Zeigen Sie: Durch Vorgabe der Werte an den 8 Knoten ist ein Polynom 3. Grades, dessen Restriktion auf die Kanten quadratische Polynome bilden, eindeutig bestimmt.

Aufgabe 28:

Sei der Finite-Elemente-Raum gebaut auf Grund von biquadratischen Elemente (das heisst $P = Q_2$ auf jedem Quadrat). Die Anzahl der Nicht-Null Einträge in den Zeilen der Steifigkeitsmatrix variiert:

- (a) Wie viele Knoten sind Nachbarn eines Eck-Knotens ?
- (b) Wie viele Knoten sind Nachbarn eines Mittelpunkt-Knotens ?
- (c) Wie viele Knoten sind Nachbarn eines Zentrum-Knotens ?