Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christian Lubich

Tübingen, den 07.11.2011

5. Übungsblatt zur Numerik stationärer Differentialgleichungen

Aufgabe 14:

Formulieren und beweisen Sie eine 2-dimensionale Version des Fundamentallemmas der Variationsrechnung.

Aufgabe 15:

Wie lauten die Euler-Gleichungen für das Minimalflächenproblem

$$\int_\Omega \sqrt{1 + u_x^2(x,y) + u_y^2(x,y)}\, d(x,y) = \min!$$

bei fest vorgegebenen Randwerten $u = g$ auf $\partial\Omega$? (Hiebei sei Ω ein glatt berandetes, beschränktes Gebiet des $\mathbb{R}^2$.)

Aufgabe 16:

Es sei $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ ein beschränktes Gebiet. Wie ist das finite Differenzen-Verfahren für die Poissongleichung

$$-\Delta u = f \quad \text{in } \Omega\ , \qquad u = g \quad \text{auf } \Gamma$$

zu modifizieren, wenn Ω nicht durch Gitterlinien berandet wird? Diskutieren Sie dies anhand eines Fünf-Punkte-Sternes, durch den der Rand läuft.

Ist die Matrix des Gleichungssystems noch symmetrisch? Gilt noch das diskrete Maximumprinzip?

Programmieraufgabe 2 :

Lösen Sie näherungsweise mit dem finite Differenzen-Verfahren

$$-\Delta u = 1 \quad \text{in } \Omega\ , \qquad u = 0 \quad \text{auf } \Gamma$$

für das Einheitsquadrat Ω, und wenn Sie wollen auch für den Einheitskreis. Nehmen Sie z.B. $h = 1/16$.

Besprechung in den Übungen am 14.11.2011.
Bearbeitungszeit für die Programmieraufgabe: 3 Wochen.