

4. Übungsblatt zu Algorithmen der Numerischen Mathematik

Aufgabe 12: (Eindeutigkeit der QR-Zerlegung)

Zeigen Sie: Die QR -Zerlegung ist eindeutig bis auf Multiplikation mit einer Diagonalmatrix, genauer:

$$QR = (QD)(D^{-1}R),$$

wobei $D = \text{diag}(d_1, \dots, d_n)$, $|d_i| = 1$ für alle $i = 1, \dots, n$.

Aufgabe 13:

Geben Sie einen Algorithmus an, der die QR-Zerlegung einer symmetrischen Tridiagonalmatrix der Dimension n mit einem Aufwand $O(n)$ berechnet.

Programmieraufgabe 2:

Programmieren Sie die direkte Potenzmethode. Plotten Sie den Fehler für die folgendermaßen definierten Testmatrizen:

```
n = length(d);  
S = triu(diag(n:-1:1,0) + ones(n,n));  
A = S*diag(d,0)*inv(S);
```

und

```
n = length(d);  
z = diag(sqrt(1:n),0) + ones(n,n);  
[Q R] = qr(z);  
B = Q*diag(d,0)*Q';
```

mit

1. $d = (1:10)'$;
2. $d = [\text{ones}(9,1); 2]$;
3. $d = 1 - 2.^{-(1:0.5:5)}$;

Programmieraufgabe 3:

Programmieren Sie die inverse Potenzmethode. Plotten Sie den Fehler für die Testmatrizen aus PA2.

Besprechung in den Übungen am 19.05.2021.

Abgabe der Übungsaufgaben im URM bis spätestens 19.05.2021 12:30 Uhr.