

5. Übungsblatt zu Algorithmen der Numerischen Mathematik

Aufgabe 11: Geben Sie einen Algorithmus an, der die QR-Zerlegung einer symmetrischen Tridiagonalmatrix der Dimension n mit einem Aufwand $O(n)$ berechnet.

Aufgabe 12: (Francis QR-Schritt)

Beim in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus zur Berechnung komplexer Eigenwerte von reellen Matrizen benötigt man die erste Spalte der Matrix M_k .

- Geben Sie einen Algorithmus an, der $M_k e_1$ in möglichst wenigen Operationen berechnet.
- Geben Sie dann einen Algorithmus an, der möglichst effizient die Spiegelung $Q(M_k e_1) = \alpha e_1$ mit einer Householder-Matrix Q berechnet.

Aufgabe 13: (Rechnen mit Hessenberg)

- Transformieren Sie die Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 4 & 1 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

durch eine Householder-Transformation auf Hessenbergform.

- Seien

$$A = \begin{pmatrix} 12 & -2 & 9 \\ -6 & 0 & -3 \\ 7 & -7 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & * & * \\ 1 & * & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

mit $Q^T Q = I$ und $Q^T A Q = H$ von Hessenbergform. Berechnen Sie H und Q .

Programmieraufgabe 7: Programmieren Sie den Algorithmus aus Aufgabe 11.

Besprechung in den Übungen am 29.05.2019.