

3. Übungsblatt zu Algorithmen der Numerischen Mathematik

Aufgabe 9: Geben Sie einen schnellen Algorithmus zur Berechnung der ersten N Koeffizienten des Produkts zweier formaler Potenzreihen $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$ und $b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots$ an.

Aufgabe 10: Für gegebenes $\alpha > 0$ sei u_α die Lösung des Minimierungsproblems aus der Vorlesung. Zeigen Sie, dass $\alpha \mapsto \|a * u_\alpha - b\|_{L^2}$ für $\alpha > 0$ monoton wächst wohingegen $\alpha \mapsto \|u_\alpha^{(p)}\|_{L^2}$ monoton fällt.

Besprechung in den Übungen am 09.05.2017

Ansprechpartnerin: Sarah Eberle,
eberle@na.uni-tuebingen.de, Sprechstunde: Donnerstag 9-10 Uhr

Programmieraufgabe 1: Implementieren Sie die schnelle Fourier-Transformation (ohne Verwendung von `fft` und `ifft`). Sie dürfen annehmen, dass die Länge des Eingabevektors eine Zweierpotenz ist. Hinweis: Implementieren Sie die schnelle Fourier-Transformation rekursiv (d.h. Ihre Funktion ruft sich selbst wieder auf).

Programmieraufgabe 2:

Schreiben Sie ein Programm, welches zu vorgegebenen Daten eine normalverteilte Störung addiert und diese Daten dann glättet und stellen Sie die Daten, die gestörten Daten und die geglätteten Daten graphisch dar. Als Alternative probieren und verstehen Sie das folgende Matlab-Programm:

```
N=256;
x=(2*pi/N)*[0:N-1]';           % Gitter
f=sin(x)+0.2*sin(3*x)-0.2*cos(6*x); % ungestoerte Funktion

e=0.1*randn(N,1);             % Stoerung normalverteilt
                                % mit Streuung 0.1

b=f+e;                         % gestoerte Werte in b

bb=fft(b);                     % inverse FFT
n=[0:N/2-1 -N/2:-1]';
alpha=0.0001;                  % Regularisierungsparameter
uu=bb./(1+alpha*n.^4);         % Filter
u=ifft(uu);                   % FFT, geglaettete Daten in u
plot(x,[real(u),f,b]);         % plotte f,u,b als Funktionen von x
delta=norm(e)/sqrt(N)
d=norm(u-b)/sqrt(N)
```

Testen Sie Ihr (oder das obige) Programm mit mehreren Werten des Regularisierungsparameters α . Modifizieren Sie das Programm so, dass es zusätzlich eine geglättete Ableitung der Funktion berechnet, und geben Sie das Ergebnis aus.

Abgabe Programmieraufgabe 15.05.2017 12h an progtutor@na.uni-tuebingen.de