Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christian Lubich

Tübingen, den 17.06.2015

9. Übungsblatt zu Algorithmen der Numerischen Mathematik

Aufgabe 22: (Fletcher–Reeves)

Beim cg-Verfahren von Fletcher–Reeves kann man die eindimensionalen Minimierungsverfahren näherungsweise lösen bis die Abbruchbedingung

$$|g_{k+1}^T d_k| > \sigma g_k^T d_k, \qquad \sigma \in \left(0, \frac{1}{2}\right]$$

erfüllt ist.

Zeigen Sie, dass dann das Verfahren für jedes k ein Abstiegsverfahren ist, d.h., dass die Suchrichtung $-d_k$ eine Abstiegsrichtung ist, d.h., dass für kleine $\alpha > 0$ gilt

$$f(x_k - \alpha d_k) < f(x_k).$$

Hinweis: Zeigen Sie für $d_0 = g_0$ mit vollständiger Induktion

$$\left| \frac{g_k^T d_k}{g_k^T g_k} - 1 \right| \leq \sum_{j=0}^{k} \sigma^j - 1.$$

Welche Werte kann $g_k^T d_k$ also annehmen? Interpretieren Sie nun $g_k^T d_k$ geometrisch.

Aufgabe 23:

Vom FOM–Algorithmus ist bekannt, dass nicht alle Iterierten x_k existieren müssen. Ist es möglich, ein Beispiel zu konstruieren, bei dem die erste Iterierte des FOM-Algorithmus zwar nicht existiert aber die zweite schon die Lösung liefert? Betrachten Sie dazu die Fälle

a) einer symmetrisch positiv definiten Matrix,

b) einer regulären Matrix,

und begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

Programmieraufgabe 13: Programmieren Sie vorkonditionierte cg-Verfahren zur Lösung eines linearen Gleichungssystems $Ax = b$ mit symmetrisch positiv definiter Matrix A.

Testen Sie Ihre Funktion zum Beispiel anhand der Matrix aus PA12. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit denen aus PA12.

Besprechung in den Übungen am 26.06.2015.