

12. Übungsblatt zu Algorithmen der Numerischen Mathematik

Aufgabe 39: (Lineare Optimierer)

- (a) Seien $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $b = (6, 1)^T$ und $c = (13, 0, 0, 12)^T$. Zeigen Sie: $(0, 6, 1, 0)^T$ ist die einzige Lösung der linearen Optimierungsaufgabe

$$\begin{cases} Ax = b \\ x \geq 0 \\ c^T x = \min! \end{cases}$$

- (b) Nun sei A die Einheitsmatrix und b und c seien Vektoren mit positiven Einträgen. Bestimmen Sie die Lösung der linearen Optimierungsaufgabe

$$\begin{cases} Ax \geq b \\ x \geq 0 \\ c^T x = \min! \end{cases}$$

Aufgabe 40: (Bedingungen für Optimalität)

Zur linearen Optimierungsaufgabe $Ax = b$, $x \geq 0$, $c^T x$ minimal! sei

$$L(x, y) := c^T x - y^T (Ax - b)$$

die Lagrangefunktion. Zeigen Sie für $x \geq 0$: x, y sind genau dann optimal für das primale bzw. duale Problem, wenn (x, y) Sattelpunkt von L ist, d.h.

$$\max_{v \in \mathbb{R}^m} L(x, v) = L(x, y) = \min_{u \in \mathbb{R}_+^n} L(u, y).$$

Hinweis: Wählen Sie für die Rückrichtung v und u geschickt.

Hinweise zur Klausur:

Klausur ist am Dienstag, den 23.07.2013, um 8:00 **s.t.!** in N10. Die Klausur beginnt pünktlich um 8:00 und endet pünktlich um 10:00. Jede Verzögerung geht von Ihrer Bearbeitungszeit ab!

Teilnehmen darf nur, wer mindestens 50% der Übungs- und 50% der Programmieraufgabe bearbeitet hat.

Besprechung der Aufgaben in den Übungen am 17.07.2013.