

## 0. Übungsblatt zu Algorithmen der Numerischen Mathematik

### Übungsaufgabe 1

- Zeichnen Sie alle 8. Einheitswurzeln von 1 in die komplexe Zahlenebene.
- Geben Sie für die komplexen Zahlen  $1 + i$ ,  $3 + 2i$ ,  $5i$  und  $3 - 4i$  die Polardarstellung an.  
Erinnerung: Für  $z = a + bi$  ist die Polardarstellung durch  $z = re^{i\phi}$ ,  $r = |z|$ ,  $\phi = \arg(z)$  gegeben.
- Multiplizieren Sie die beiden komplexen Zahlen  $z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i)$  und  $z_2 = 2i$  und interpretieren Sie das Ergebnis geometrisch.

### Übungsaufgabe 2

Wir betrachten die Tschebyscheff-Polynome  $T_n(x) = \cos(n \arccos(x))$ ,  $x \in [-1, 1]$ ,  $n \in \mathbb{N}_0$ .  
Zeigen Sie:

- $T_0(x) = 1$ ,  $T_1(x) = x$  und für allgemeines  $n \geq 1$ :

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x).$$

- $|T_n(x)| \leq 1$ .
- $T_n(\cos(\frac{k\pi}{n})) = (-1)^k$ , für alle  $k \in \mathbb{N}_0$ .
- $T_n\left(\cos\left(\frac{(2k+1)\pi}{2n}\right)\right) = 0$ , für alle  $k \in \mathbb{N}_0$ .

### Übungsaufgabe 3 (Sortierproblem)

Eine Datei von  $N = 2^L$  Namen soll alphabetisch geordnet werden. Geben Sie einen Algorithmus an, der dies in  $O(N \log N)$  Operationen durchführt.

Hinweis: Divide et impera!

### Übungsprogrammieraufgabe 1

Machen Sie sich (wieder) mit dem Programm Matlab/Octave vertraut. Gerne dürfen Sie sich hierzu die bei den Übungsblättern veröffentlichte Einführung von der Übungshomepage herunterladen.

Schreiben Sie nun ein Programm `Partialsumme(N)`, welches die Partialsumme  $S_N = \sum_{k=1}^N \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1}$  für übergebenes  $N$  ausrechnet. Plotten Sie  $S_N$  als Funktion von  $N$  für einige  $N$  und stellen Sie damit eine Vermutung auf, gegen welchen Wert  $S_N$  für  $N \rightarrow \infty$  konvergiert.

**Freiwillige Bearbeitung und Besprechung der Aufgaben in den Übungen am 17.04.2013.  
Jede Aufgabe von diesem Blatt ist ein Bonus-Kreuz wert.**