

1. Übungsblatt zur Numerischen Mathematik II

Aufgabe 1:

- (a) Sei $x = (x_0, x_1, \dots, x_{N-1}) \in \mathbb{R}^N$ (also x_j reell). Zeigen Sie: $\hat{x}_{-k} = \overline{\hat{x}_k}$ für $k \in \mathbb{Z}$.
- (b) Falls $x \in \mathbb{C}^N$ eine gerade Folge ist (d.h., $x_{-k} = x_k$ für alle $k \in \mathbb{Z}$), so ist auch die Fourier-Transformierte \hat{x} gerade. Falls x ungerade ist (d.h., $x_{-k} = -x_k$ für alle $k \in \mathbb{Z}$), so ist auch die Fourier-Transformierte \hat{x} ungerade.

Aufgabe 2: (Sortierproblem)

Eine Datei von N Namen soll alphabetisch geordnet werden. Geben Sie einen Algorithmus an, der dies in $O(N \log N)$ sec durchführt.

Hinweis: Divide et impera! (ohne Einschränkung $N = 2^L$)

Aufgabe 3:

Geben Sie einen schnellen Algorithmus zur Berechnung der ersten N Koeffizienten des Produkts zweier formaler Potenzreihen $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$ und $b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots$ an.

Programmieraufgabe 1: (freiwillig)

Arbeiten Sie sich in das Programmpaket Matlab ein. Sie rufen das Programm mit dem Befehl `matlab` auf. Durch Eingabe von `helpdesk` oder `intro` erhalten Sie eine Beschreibung des Programmpakets sowie eine kurze Einführung.

Versuchen Sie anschließend, die folgenden einfachen Aufgaben zu lösen:

- (a) Generieren Sie mit einem Befehl den Vektor $v = [100.5 \ 90.5 \ \dots \ 0.5]$.
- (b) Es seien eine positive ganze Zahl n sowie reelle Zahlen m, M gegeben. Erzeugen Sie mit einer Zeile eine $n \times n$ Matrix deren Einträge im Intervall $[m, M]$ gleichverteilt sind.
- (c) Es sei A eine $n \times n$ obere Hessenberg-Matrix mit Elementen $a_{ij} = n - j + 1$ für $j > i$ und $a_{ij} = n - j$ für $j = i - 1$. Erzeugen Sie diese Matrix für ein beliebiges n und testen Sie das Programmstück für $n = 10$.
- (d) Gegeben sei eine $n \times n$ Matrix A und ein Vektor $b \in \mathbb{R}^n$. Berechnen Sie die LU- und die QR-Zerlegung von A sowie die Lösung von $Ax = b$.
- (e) Berechnen Sie mit Hilfe der Routinen `fft` bzw. `ifft` die Fouriertransformation von $x \in \mathbb{R}^{64}$ mit $x_i = 1$ für $16 < i \leq 48$, $x_i = 0$ sonst und stellen Sie das Ergebnis grafisch dar. Testen Sie dann die Routine für die inverse FFT.

Hinweis: In Matlab ist die Fouriertransformation mit $w = e^{-i\frac{2\pi}{n}}$ definiert. Bezüglich der Indizierung der Vektoren bei `fft` siehe `help fft`.

Besprechung in den Übungen am 19.04.2011

Die Übungen finden dienstags von 14-16 und 16-18 Uhr statt. Die Einteilung der Übungsgruppen finden Sie gegen Ende der Woche auf der Internetseite: http://na.uni-tuebingen.de/ex/num2_ss11/.