

4. Übungsblatt zur Numerik

Aufgabe 10:

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ invertierbar. Wir nehmen an, dass tatsächlich sämtliche Teilmatrizen

$$A_k = (a_{ij})_{1 \leq i,j \leq k} \in \mathbb{R}^{k \times k}$$

für $1 \leq k \leq n$ invertierbar sind.

Zeigen Sie, dass es dann genau eine $L - R$ -Zerlegung von A gibt, mit $l_{ii} = 1$ für alle $1 \leq i \leq n$.

Aufgabe 11:

Sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ mit $m \geq n$. Zeigen Sie: Die Matrix $A^\top A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ist stets symmetrisch und positiv semidefinit. Im Fall $\text{Rang}(A) = n$ ist $A^\top A$ sogar positiv definit.

Aufgabe 12:

Zeigen Sie, dass das Produkt von zwei Householder-Matrizen wieder orthogonal ist.