



## Numerik

Wintersemester 2023/24

Tübingen, 13.11.2023

### Übungsblatt 5

**Problem 1.** Zeigen Sie, daß das Produkt von zwei Householder-Matrizen wieder orthogonal ist.

**Problem 2.** Seien  $M, A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  und  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^4$  gegeben durch

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- Zeigen Sie, dass die Matrix  $M$  orthogonal ist.
- Geben Sie eine  $QR$ -Zerlegung  $A = QR$  in eine orthogonale Matrix  $Q$  und eine rechte obere Dreiecksmatrix  $R$  an.
- Lösen Sie mithilfe der  $QR$ -Zerlegung das lineare Gleichungssystem  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ .

**Problem 3.** Gegeben sind die folgenden Meßdaten:

$x_i$	1	2	3	4
$y_i$	2	3	5	3

Bestimmen Sie die Ausgleichsgerade dieser Meßdaten im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate mithilfe der Gaußschen Normalgleichung.

**Besprechung der Aufgaben in den Übungsgruppen am 21.11.2023.**