Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christian Lubich

Tübingen, den 23.11.2022

6. Übungsblatt zur Numerik

Aufgabe 21: Betrachten Sie das folgende (misslungene) Matlab-Programm:

```
function [A,B] = ominous_func(R,p)
n = length(R)-1;
vec1 = zeros(n+3,1);
vec2 = zeros(n+3,1);
for k=n:-1:0
    vec1(k) = R(k) +2p*vec1(k+1) - vec1(k+2);
    vec2(k) = vec1(k) +2p*vec2(k+1) - vec2(k+2);
end
A = 0.5*(vec1(0)-vec1(2));
B = vec2(1)-vec2(3);
end
```

(a) Welcher aus der Vorlesung bekannte Algorithmus wird hier implementiert? Erklären Sie die Bedeutung der Eingabe- und Ausgabewerte.

(b) Welche Fehler wurden bei der Umsetzung begangen? Unterscheiden Sie zwischen Logik- und Syntaxfehlern. Korrigieren Sie die Fehler im Code, so dass das Programm lauffähig ist und korrekte Ergebnisse liefert.

Aufgabe 22: Stellen Sie für eine äquidistante Zerlegung $x_j = x_0 + jh$ $(j = 0, 1, \dots, n)$ das Gleichungssystem für den kubischen Spline s mit

$$\begin{aligned} s(x_j) &= 0 \qquad \text{für } j = 0, \dots, n \\ s'(x_0) &= 1 \qquad s'(x_n) = 0 \end{aligned}$$

auf. Zeigen Sie, dass die Steigungen $v_j = s'(x_j)$ mit wachsendem j rasch abfallen.

Interpretation: Störungen in den Ableitungen am Rand wirken sich im interpolierenden Spline auf Intervallen weg von x_0 kaum aus.

Aufgabe 23: Geben Sie einen Algorithmus an, welcher das lineare Gleichungssystem aus Aufgabe 20 mit einem Rechenaufwand löst, der nur linear mit der Anzahl der Stützstellen wächst.

Aufgabe 24:

(a) Berechnen Sie mit dem Newton-Schema das Interpolationspolynom $p(x)$ zu folgenden Daten:

x_j	0	1	2	3	4
y_j	-1	-1	-7	-7	35

Berechnen Sie mit diesem Newton-Schema auch alle Ableitungen von p an der Stelle $x = -1$.

(b) Stellen Sie das Polynom $p(x) = x^3 + 2x^2 + x + 3$ mit Hilfe des Newtontableaus in der Form $p(x) = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ dar.

Besprechung der Übungsaufgaben am 30.11.2022