



Numerik

Wintersemester 2021/22

Tübingen, 15.11.2021

Übungsblatt 5

Problem 1. Zeigen Sie, daß das Produkt von zwei Householder-Matrizen wieder orthogonal ist.

Problem 2. Zu paarweise verschiedenen reellen Stützstellen x_0, \dots, x_n sind die Lagrangeschen Basispolynome L_i für $0 \leq i \leq n$ definiert durch

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}.$$

a) Zeigen Sie, daß

$$\sum_{i=0}^n L_i(x) \equiv 1.$$

b) Zeigen Sie, daß

$$\sum_{i=0}^n L_i(0)x_i^j = \begin{cases} 1 & j = 0, \\ 0 & 1 \leq j \leq n, \\ (-1)^n \prod_{i=0}^n x_i & j = n + 1. \end{cases}$$

Hinweis: Benutzen Sie für den letzten Fall den Fundamentalsatz der Algebra.

Problem 3. Zeigen Sie, daß es maximal ein Interpolationspolynom p vom Grad n gibt mit $p(x_i) = y_i$ ($0 \leq i \leq n$) für vorgegebene Knotenpunkte $(x_0, y_0), \dots, (x_n, y_n)$ mit paarweise verschiedenen $\{x_i\}_{i=0}^n$.

Die **Besprechung der Aufgaben** findet in den Übungsgruppen am 23.11.2021 statt.