

6. Übungsblatt zur Numerik

Aufgabe 21: Jedes Element T_{ik} im h^2 -Extrapolationstableau der extrapolierten Trapezregel lässt sich als Ergebnis einer Quadraturformel auffassen. Hierbei ergeben sich die T_{i1} aus der i -fachen Anwendung der Trapezregel auf das Integral $\int_{x_0}^{x_0+H} f(x) dx$, mit Schrittweite $h_i = \frac{H}{i}$.

- (a) Zeigen Sie, dass $T_{2,2}$ bei Verwendung der Folge $\{n_j\} = \{1, 2, 3\}$ der Simpsonregel entspricht.
- (b) Welcher Quadraturformel entspricht $T_{3,3}$?

Aufgabe 22: Betrachten Sie das folgende (misslungene) Matlab-Programm:

```
1 function [A,B] = ominous_func(R,p)
2 n = length(R)-1;
3 vec1 = zeros(n+3,1);
4 vec2 = zeros(n+3,1);
5 for k=n:-1:0
6     vec1(k) = R(k) +2p*vec1(k+1) - vec1(k+2);
7     vec2(k) = vec1(k) +2p*vec2(k+1) - vec2(k+2);
8 end
9 A = 0.5*(vec1(0)-vec1(2));
10 B = vec2(1)-vec2(3);
11 end
```

- (a) Welcher aus der Vorlesung bekannte Algorithmus wird hier implementiert? Erklären Sie die Bedeutung der Eingabe- und Ausgabewerte.
- (b) Welche Fehler wurden bei der Umsetzung begangen? Unterscheiden Sie zwischen Logik- und Syntaxfehlern. Korrigieren Sie die Fehler im Code, so dass das Programm lauffähig ist und korrekte Ergebnisse liefert.

Aufgabe 23: Bestimmen Sie die LR-Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -4 & 7 & 1 \\ 6 & -7 & 13 \end{pmatrix}.$$

Lösen Sie damit das lineare Gleichungssystem $Ax = b$, wobei

$$b = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 57 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 24: Zeigen Sie, dass die LR-Zerlegung ohne Zeilenvertauschungen (falls durchführbar) die Struktur von Bandmatrizen in folgendem Sinne erhält: Falls $a_{ij} = 0$ für $|i - j| > p$, so ist $l_{ij} = 0$ für $i - j > p$ und $r_{ij} = 0$ für $j - i > p$.

Wie viele Operationen sind zur Lösung eines linearen Gleichungssystems mit einer derartigen Matrix nötig?