



## Numerik

Wintersemester 2019/20

Tübingen, 30.10.2019

### Übungsblatt 3

**Problem 1.** Sei  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  regulär und diagonaldominant. Zeigen Sie: Dann existiert eine  $L - R$ -Zerlegung von  $A$ , die mit Gaußscher Elimination *ohne* Zeilenvertauschung bestimmt werden kann.

**Problem 2.** Sei  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  symmetrisch positiv definit. Zeigen Sie: Dann existiert eine  $L - R$ -Zerlegung von  $A$ , die mit Gaußscher Elimination *ohne* Zeilenvertauschung bestimmt werden kann.

**Problem 3.** Für die Matrix  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  mit  $m \geq n$  ist die Matrix  $A^T A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  stets symmetrisch und positiv semi-definit. Im Fall  $\text{Rang}(A) = n$  ist  $A^T A$  sogar positiv definit.

#### Programmieraufgabe 1: LR-Zerlegung)

- a) Schreiben Sie die MATLAB-Funktion `LRzer(A)`, welche zu einer quadratischen Matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  die Matrizen  $L, R$  der zugehörigen LR-Zerlegung zurückgibt. Sie dürfen hier und im Verlauf der Aufgabe annehmen, dass die Eingabematrix  $A$  eine eindeutige LR-Zerlegung besitzt. Die Matlab-Funktion soll dabei folgende Gestalt haben:

```
1     function [L,R] = LRzer(A)
2     ...
3     end
```

- b) Schreiben Sie die Matlab-Funktion `LRzer_loesen(L,R,b)`, welche zu gegebener linken unteren und rechter oberen Dreiecksmatrizen  $L$  und  $R$  und einem noch zusätzlich gegebenen Vektor  $b \in \mathbb{R}^n$  die Lösung  $x \in \mathbb{R}^n$  des linearen Gleichungssystems  $(L \cdot R)x = b$  mittels Vorwärts- und Rückwärtssubstitution berechnet und zurückgibt. Die Matlab-Funktion soll dabei folgende Gestalt haben:

```
1     function [x] = LRzer_loesen(L,R,b)
2     ...
3     end
```

- c) Schreiben Sie das MATLAB-Skript `main_LRzer.m`, welches mit den in a) und b) geschriebenen Funktionen  $Ax = b$  berechnet und ausgibt. Dabei gelten

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -2 & 6 & 2 \\ -4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 16 \\ 8 \\ -20 \end{pmatrix}.$$

**Besprechung der Übungsaufgaben am Dienstag, den 05.11.2019. Abgabe von Programmieraufgabe 1 bis spätestens 13.11.2019 per Mail an: “ *progtutor@na.uni-tuebingen.de* “. Die genauen Details der Abgabe finden Sie (in kürze) auf der Vorlesungshomepage.**