



Numerik

Wintersemester 2019/20

Tübingen, 18.12.2019

Übungsblatt 10

Problem 1. Untersuchen Sie, ob sich für die nachfolgenden gegebenen Funktionen f und $x^{(0)}$ die theoretisch zu erwartende quadratische Konvergenz des Newton-Verfahrens ergibt. Falls nicht, erläutern Sie die Gründe dafür.

- a) $f(x) = |x|^{\frac{1}{2}}$ für $x^{(0)} = 0$.
- b) $f(x) = x^3 - x$ für $x^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{5}}$.
- c) $f(x) = x^4$ für $x^{(0)} \neq 0$.

Programmieraufgabe 5: (Newton-Verfahren).

- a) Schreiben Sie die MATLAB-Funktion `NewtonV(x0, tol, maxiter)`, welche für eine fest vorgegebene Funktion $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ausgehend vom Startwert $x_0 \in \mathbb{R}^n$ solange Newton-Iterationen durchführt, bis das Abbruchkriterium $\|x_{k+1} - x_k\|_2 \leq \text{tol}$ erreicht wurde oder eine maximale Anzahl an Iterationen `maxiter` überschritten wurde. Die Funktion soll in $z \in \mathbb{R}^n$ die letzte Newton-Iterierte, in `iter` $\in \mathbb{N}$ die Anzahl der durchgeführten Iterationen sowie eine Variable $b \in \{0, 1\}$ (die 0 ist, falls die maximale Anzahl an Iterationen erreicht wurde, sonst 1) zurückgeben.

Verwenden Sie als Approximation der Jacobimatrix die zentrierten Differenzen

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \approx \frac{f_i(x + e_j h) - f_i(x - e_j h)}{2h}$$

mit $h = 10^{-6}$. Die Funktion f soll dabei in einer separaten MATLAB-Funktion `f(x)` für Eingabewerte $x \in \mathbb{R}^n$ und Rückgabewerte $y = (f_1(x), \dots, f_n(x))^T \in \mathbb{R}^n$ umgesetzt werden und so aufgestellt sein, dass mit obiger Funktion eine Lösung des folgenden Gleichungssystems (mit $n = 2$) ermittelt werden kann:

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + \frac{3}{5}x_2 &= \frac{4}{25}, \\ x_1^2 - x_2^2 + x_1 - \frac{8}{5}x_2 &= \frac{7}{50}. \end{aligned}$$

Die MATLAB-Funktionen sollen dabei folgende Gestalt haben:

```

1     function[z,iter,b] = NewtonV(x0,tol,maxiter)
2     ...
3     end

1     function[y] = f(x)
2     ...

```

- b) Schreiben Sie das MATLAB-Skript `mainNV.m`, welches ausgehend von den Startwerten $(1, 1)^T$ und $(-1, -1)^T$ unter Verwendung der MATLAB-Funktion `NewtonV` jeweils ausgibt, ob das Newton-Verfahren konvergiert ist, wie die Approximation an die Lösung lautet und wie viele Iterationen dazu benötigt wurden. Hierbei sei `maxiter = 100` und `tol = 10-5`.

Besprechung der Übungsaufgaben am Dienstag, den 07.01.2020. Abgabe von Programmieraufgabe 5 bis spätestens 6.1.2020 per Mail an: " progtutor@na.uni-tuebingen.de ".