

## 7. Übungsblatt zur Numerik

**Aufgabe 25:** Jedes Element  $T_{ik}$  im  $h^2$ -Extrapolationstableau der extrapolierten Trapezregel lässt sich als Ergebnis einer Quadraturformel auffassen.

- (a) Zeigen Sie, dass  $T_{2,2}$  bei Verwendung der Folge  $\{n_j\} = \{1, 2, 3\}$  der Simpsonregel entspricht.
- (b) Welcher Quadraturformel entspricht  $T_{3,3}$ ?

**Aufgabe 26:** Betrachten Sie das folgende (misslungene) Matlab-Programm:

```
1 function [A,B] = ominous_func (R,p)
2 n = length(R)-1;
3 vec1 = zeros (n+3,1);
4 vec2 = zeros (n+3,1);
5 for k=n:-1:0
6     vec1(k) = R(k) +2p*vec1(k+1) - vec1(k+2);
7     vec2(k) = vec1(k) +2p*vec2(k+1) - vec2(k+2);
8 end
9 A = 0.5*(vec1(0)-vec1(2));
10 B = vec2(1)-vec2(3);
11 end
```

- (a) Welcher aus der Vorlesung bekannte Algorithmus wird hier implementiert? Erklären Sie die Bedeutung der Eingabe- und Ausgabewerte.
- (b) Welche Fehler wurden bei der Umsetzung begangen? Unterscheiden Sie zwischen Logik- und Syntaxfehlern. Korrigieren Sie die Fehler im Code, so dass das Programm lauffähig ist und korrekte Ergebnisse liefert.

**Aufgabe 27:** Seien  $A$  und  $T$   $n \times n$  Matrizen und  $T$  invertierbar. Geben Sie einen Algorithmus an, der  $T^{-1}AT$  in  $\frac{7}{3}n^3 + O(n^2)$  Operationen berechnet.

Berechnen Sie mit diesem Algorithmus  $T^{-1}AT$  für

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 19 \\ 0 & -12 & 50 \\ 9 & -18 & 45 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad T = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 6 & 4 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 28:** Zeigen Sie, dass die LR-Zerlegung ohne Zeilenvertauschungen (falls durchführbar) die Struktur von Bandmatrizen in folgendem Sinne erhält: Falls  $a_{ij} = 0$  für  $|i - j| > p$ , so ist  $l_{ij} = 0$  für  $i - j > p$  und  $r_{ij} = 0$  für  $j - i > p$ .

Wie viele Operationen sind zur Lösung eines linearen Gleichungssystems mit einer derartigen Matrix nötig?