

7. Übungsblatt zur Numerik

Aufgabe 25: Jedes Element T_{ik} im h^2 -Extrapolationstableau der extrapolierten Trapezregel lässt sich als Ergebnis einer Quadraturformel auffassen.

- (a) Zeigen Sie, dass $T_{2,2}$ bei Verwendung der Folge $\{n_j\} = \{1, 2, 3\}$ der Simpsonregel entspricht.
- (b) Welcher Quadraturformel entspricht $T_{3,3}$?

Aufgabe 26: Betrachten Sie das folgende (misslungene) Matlab-Programm:

```
1 function [A,B] = ominous_func(R,p)
2 n = length(R)-1;
3 vec1 = zeros(n+3,1);
4 vec2 = zeros(n+3,1);
5 for k=n:-1:0
6     vec1(k) = R(k) +2p*vec1(k+1) - vec1(k+2);
7     vec2(k) = vec1(k) +2p*vec2(k+1) - vec2(k+2);
8 end
9 A = 0.5*(vec1(0)-vec1(2));
10 B = vec2(1)-vec2(3);
11 end
```

- (a) Welcher aus der Vorlesung bekannte Algorithmus wird hier implementiert? Erklären Sie die Bedeutung der Eingabe- und Ausgabewerte.
- (b) Welche Fehler wurden bei der Umsetzung begangen? Unterscheiden Sie zwischen Logik- und Syntaxfehlern. Korrigieren Sie die Fehler im Code, so dass das Programm lauffähig ist und korrekte Ergebnisse liefert.

Aufgabe 27: Seien A und T $n \times n$ Matrizen und T invertierbar. Geben Sie einen Algorithmus an, der $T^{-1}AT$ in $\frac{7}{3}n^3 + O(n^2)$ Operationen berechnet.

Berechnen Sie mit diesem Algorithmus $T^{-1}AT$ für

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 19 \\ 0 & -12 & 50 \\ 9 & -18 & 45 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad T = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 6 & 4 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 28: Zeigen Sie, dass die LR-Zerlegung ohne Zeilenvertauschungen (falls durchführbar) die Struktur von Bandmatrizen in folgendem Sinne erhält: Falls $a_{ij} = 0$ für $|i - j| > p$, so ist $l_{ij} = 0$ für $i - j > p$ und $r_{ij} = 0$ für $j - i > p$.

Wie viele Operationen sind zur Lösung eines linearen Gleichungssystems mit einer derartigen Matrix nötig?