Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christian Lubich

Tübingen, den 17.10.2012

1. Übungsblatt zur Numerik

Aufgabe 1: (Landau-Notation)
Für (reelle) Funktionen f und g schreiben wir $f = \mathcal{O}(g)$ für $x \to a$, ($a \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$), falls es eine Umgebung U von a und eine Konstante $C \in \mathbb{R}$ gibt, so dass

$$|f(x)| \leq C|g(x)| \text{ für alle } x \in U$$

(oder etwas präziser, falls $\limsup_{x\to a} \frac{|f(x)|}{|g(x)|} < \infty$). Anschaulich bedeutet dies, dass die Funktion f in einer Umgebung von a nicht schneller wächst als die Funktion g.

Gegeben seien die Funktionen

$$x^3, \quad \log(x), \quad 2^x, \quad x^2, \quad x^3 + 1000x^2, \quad e^x.$$

Vergleichen Sie das Wachstum dieser Funktionen für $x \to \infty$ und $x \to 0$ mit Hilfe der oben beschriebenen $\mathcal{O}$-Notation.

Programmieraufgabe 1: Schreiben Sie ein Programm, das die Näherungswerte $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} \approx e^x$ berechnet und plottet für $x = -5{,}5$ und $n = 1, 2, \ldots, 30$. Die Berechnung soll auf folgende drei Arten erfolgen:

(a) mittels obiger Formel

(b) mit der Umformung $e^{-5,5} = 1/e^{5,5}$ und obiger Formel

(c) mit der Umformung $e^{-5,5} = (e^{-0,5})^{11}$ und obiger Formel

Erklären Sie die beobachteten Effekte. Verwenden Sie für die Darstellung der Zahlenwerte in erhöhter Genauigkeit den Befehl `format long`. Welches zusätzliche Phänomen tritt für $x = -20$ auf?
Hinweis: Diese Programmieraufgabe ist fakultativ.

Besprechung in den Übungen am 19.10.2012
Die Übungen finden freitags von 8-10, 12-14 und 14-16 Uhr in N8 statt. Die Einteilung der Übungsgruppen finden Sie auf der Internetseite: `http://na.uni-tuebingen.de/ex/dwnum_ws12/`.