

## 11. Übungsblatt zur Numerischen Behandlung von Differentialgleichungen

### Aufgabe 36:

Die Differentialgleichung  $y' = Ay$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 998 & -1998 \\ 999 & -1999 \end{pmatrix}$$

werde mit dem expliziten und dem impliziten Euler-Verfahren gelöst. Zeigen Sie: Die exakte Lösung erfüllt  $y(t) \rightarrow 0$  für  $t \rightarrow \infty$ . Für welche Wahl der Schrittweite  $h$  geht die numerische Lösung des expliziten bzw. impliziten Euler-Verfahrens gegen 0 ?

Hinweis: Diagonalisierung von  $A$ .

Zur Wiederholung des impliziten bzw. expliziten Euler-Verfahrens kann folgendes Buch empfohlen werden:

Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen; von Strehmel, Weiner.

### Aufgabe 37:

Für die Systemmatrix  $A_h$  einer FE-Diskretisierung für folgende RWA

$$-\Delta u = f \text{ in } \Omega \quad u = 0 \text{ auf } \partial\Omega$$

wurde in der Vorlesung für „quasi-gleichförmige“ Triangulierungen  $\text{cond}_2(A_h) = O(h^{-2})$  gezeigt.

- (1) Definieren Sie „quasi-gleichförmig“.
- (2) Wie hängt  $\text{cond}_2(A_h)$  von Inkreis- bzw. Inkugelradius der Zellen ab, wenn die Triangulierungsfolge nicht „formregulär“ ist?
- (3) Wie hängt  $\text{cond}_2(A_h)$  bei 5-Punkt-Diskretisierung auf äquidistantem kartesischem Gitter mit unterschiedlichen Gitterweiten  $h_x \neq h_y$  vom Seitenverhältnis  $h_x/h_y$  (aspect ratio) ab?

Hinweis: Bestimmen Sie  $\lambda_{max}$  und  $\lambda_{min}$  mittels expliziter Darstellung der 5-Punkte-Matrix.