

## 1. Übungsblatt zur Numerischen Behandlung von Differentialgleichungen

### Aufgabe 1:

Zeigen Sie: Erfüllt  $u \in C^2(\mathbb{R}^n)$  die Laplace-Gleichung  $\Delta u = 0$  und setzen wir  $v(x) := u(Ox)$  für eine orthogonale  $n \times n$ -Matrix  $O$ , so gilt auch

$$\Delta v = 0.$$

### Aufgabe 2:

Zeigen Sie: Ist  $u \in C(\Omega)$  und  $\int_{\Omega} uv \, dx = 0$  für alle  $v \in C^1(\bar{\Omega})$ , dann ist auch  $u = 0$  in  $\Omega$ .

### Aufgabe 3:

Bestimmen Sie für welche Parameter  $a$  die Differentialgleichung

$$au_{xx} + 4u_{xy} + (5 - a)u_{yy} = 0$$

elliptisch ist.

### Aufgabe 4:

Zeigen Sie: Ist  $y : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  Lösung des Minimierungsproblems

$$\int_0^1 f(t, y(t), y'(t)) dt \rightarrow \min!,$$

so ist  $y$  Lösung der *Euler-Lagrange-Gleichung*

$$\frac{\partial f}{\partial y}(t, y(t), y'(t)) = \frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial y'}(t, y(t), y'(t)), \quad t \in [0, 1].$$

**Besprechung der Aufgaben in der nächsten Übungsstunde.**