



Mathematik für Informatik 4: Numerik

Sommersemester 2026

Tübingen, 01.07.2026

Übungsaufgaben 8

Aufgabe 1. Zu paarweise verschiedenen reellen Stützstellen $x_0, \dots, x_n$ sind die Lagrangeschen Polynome L_i ($0 \leq i \leq n$) definiert durch

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}.$$

a) Zeigen Sie, dass $L_i(x_j) = \delta_{i,j}$ ist und für $y_0, \dots, y_n \in \mathbb{R}$ das Polynom

$$p(x) = \sum_{i=0}^n y_i L_i(x)$$

die Eigenschaft $p(x_j) = y_j$ hat.

b) Zeigen Sie die Identität

$$\sum_{i=0}^n L_i(x) \equiv 1.$$

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass es maximal ein Interpolationspolynom p des Grades $\leq n$ geben kann, das die Bedingungen $p(x_i) = y_i$ für vorgegebene Knotenpunkte $(x_0, y_0), \dots, (x_n, y_n)$ mit paarweise verschiedenen x_i erfüllt.

Hinweis: Hierfür dürfen Sie den Fundamentalsatz der Algebra verwenden.

Abgabe: Bitte reichen Sie Ihre Lösung bis einschließlich 07.07. um 23:59 Uhr ein.