EBERHARD KARLS
UNIVERSITÄT
TÜBINGEN

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät

Fachbereich Mathematik

Prof. Dr. Andreas Prohl
Luca Vantaggio

Mathematik für Informatik 4: Numerik

Sommersemester 2026 **Tübingen, 16.04.2026**

Übungsaufgaben 1

Aufgabe 1.

a) Geben Sie möglichst viele hinreichende Kriterien an, wann eine quadratische Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ invertierbar ist. Sind diese auch notwendig?

b) Was besagt der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung? Für welche Funktionen ist er gültig?

c) Was besagt der Mittelwertsatz der Differentialrechnung? Was besagt der Mittelwertsatz der Integralrechnung?

d) Wiederholen Sie den Satz von Taylor für eine Funktion $f : [a, b] \to \mathbb{R}$. Welche Voraussetzungen muss dabei f erfüllen? Geben Sie mindestens zwei Restgliedformen an.

Aufgabe 2. Sei $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine rechte obere Dreiecksmatrix mit nicht verschwindender Diagonale, das heißt

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ 0 & r_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & r_{n-1,n} \\ 0 & \dots & 0 & r_{nn} \end{pmatrix}$$

mit $r_{ii} \neq 0$ für alle $i = 1, \dots, n$. Sei weiter $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$.

a) Entwickeln Sie einen Algorithmus, mit welchem Sie das lineare Gleichungssystem $\mathbf{Rx} = \mathbf{b}$ lösen können. Wie viele elementare Rechenschritte abhängig von der Dimension n benötigen Sie hierfür?

b) Wie berechnen Sie die Determinante von $\mathbf{R}$ mit möglichst wenig Rechenoperationen? Wie viele Rechenoperationen sind hierfür notwendig?

c) Was ändert sich, wenn es sich um eine linke Dreiecksmatrix $\mathbf{L}$ handelt?

Hinweis: In dieser Aufgabe ist als elementarer Rechenschritt jeweils eine Addition, Subtraktion, Multiplikation oder eine Division gemeint.

Abgabe: Bitte reichen Sie Ihre Lösung bis einschließlich 21.04. um 23:59 Uhr ein.