



Gewöhnliche Differentialgleichungen — Analysis und Numerik

Sommersemester 2020

Tübingen, 23.04.2020

Übungsblatt 1

Problem 1. Schreiben Sie nachfolgende lineare ODEs — formuliert auf dem Intervall $[0, 1]$ — in der Form eines linearen ODE-Systems und lösen Sie dieses:

(i) $\ddot{x} + \dot{x} - 2x = 0,$

(ii) $\ddot{x} + x = 0,$

(iii) $\ddot{x} - 2\dot{x} - \dot{x} + 2x = 0.$

Hinweis: Verwenden Sie hierzu $x_1 := x, x_2 := \dot{x}_1,$ etc.

Problem 2. Sei $T \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^d)$ eine lineare Abbildung. Sei

$$\|T\| = \max_{\|x\| \leq 1} \|T(x)\|$$

die verwendete Operatornorm, mit euklidischer Norm $\|\cdot\|$. Zeigen Sie für $S, T \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^d)$:

(i) $\|T(x)\| \leq \|T\| \|x\|$ für alle $x \in \mathbb{R}^d,$

(ii) $\|TS\| \leq \|T\| \|S\|,$

(iii) $\|T^k\| \leq \|T\|^k.$

Problem 3: Sei $A \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^d)$ eine Matrix mit reellen, paarweise verschiedenen Eigenwerten. Sei $x \equiv \phi(t, x_0)$ die Lösung des Anfangsproblems:

$$\dot{x} = Ax \quad (t > 0), \quad x(0) = x_0.$$

Zeigen Sie für jedes feste $t \in \mathbb{R}^+,$ daß

$$\lim_{y_0 \rightarrow x_0} \phi(t, y_0) = \phi(t, x_0),$$

also: die Lösung $\phi(t, x_0)$ ist eine stetige Funktion der Anfangsbedingung.

Bitte emailen Sie Ihre Bearbeitung in pdf-Format bis Donnerstag, den 30.04.2020, um 10.00 Uhr mit Name und Betreff: ODE-Uebungen-2020 an: " eberspaecher@na.uni-tuebingen.de ".