Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christian Lubich

Tübingen, den 30.11.2020

5. Übungsblatt zur Analysis I

Aufgabe 25: Zeigen Sie, dass die Folge (s_n) mit

$$s_n = \frac{2n}{n+2} + 2^{-n}$$

gegen $s = 2$ konvergiert. Bestimmen Sie dann zu $\varepsilon = 10^{-6}$, eine Zahl N, so dass $|s_n - s| < \varepsilon$ für $n \geq N$.

Aufgabe 26: Zeigen Sie mit Hilfe von Aufgabe 10, dass die Folge

$$a_n = (1 + \frac{1}{n})^n$$

eine Cauchy–Folge ist. Geben Sie dann für $\varepsilon = 10^{-5}$ eine ganze Zahl N an, so dass $|a_n - a_{n+k}| < \varepsilon$ für $n \geq N$ und $k \geq 1$ ist.

Aufgabe 27: Weisen Sie nach, dass das Produkt reeller Zahlen wohldefiniert ist. Zeigen Sie hierzu zunächst, dass falls (a_n) und (b_n) Cauchy-Folgen sind, auch die Produktfolge $(a_n b_n)$ eine Cauchyfolge ist. Zeigen Sie dann, dass aus $(a_n) \sim (a'_n)$ und $(b_n) \sim (b'_n)$ die Äquivalenz von $(a_n b_n)$ und $(a'_n b'_n)$ folgt.

Aufgabe 28: Zeigen Sie, dass die reelle $<$–Relation wohldefiniert ist.

Aufgabe 29: Zeigen Sie, dass die reelle $<$–Relation vollständig ist.

Aufgabe 30: Zeigen Sie: Ist $s = \overline{(s_n)} \in \mathbb{R}$, so ist $|s| = \overline{(|s_n|)}$.

Abgabe über URM bis zum 07.12.2020, 12:00
Besprechung in den Übungen vom 09.12.-11.12.2020.