

1. Übungsblatt zur Analysis I

Aufgabe 1: Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1), \quad n \in \mathbb{N}.$$

Aufgabe 2: Berechnen Sie

$$1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4 \quad \text{und}$$

$$1^4 + 3^4 + 5^4 + \dots + (2n+1)^4.$$

Aufgabe 3: Geben Sie eine Formel für das Interpolationspolynom (vom Grad höchstens n), das an den Stellen $x_0, x_0 + h, \dots, x_0 + nh$ die Werte y_0, y_1, \dots, y_n annimmt.

Aufgabe 4: Zeigen Sie, daß

$$\sum_{j=0}^n \binom{n}{j} = 2^n \quad \text{und} \quad \sum_{j=0}^n (-1)^j \binom{n}{j} = 0.$$

Aufgabe 5: Für $n = 0, 1, 2, \dots$ sei $y_n = n^k$ mit einem positiven ganzen Exponenten k .

(a) Zeigen Sie, daß $\Delta y_n = y_{n+1} - y_n$ ein Polynom vom Grad $k - 1$ in n ist.

(b) Zeigen Sie, daß $\Delta^{k+1} y_n = 0$.

Aufgabe 6: Zeigen Sie für die n -ten Differenzen einer Folge y_0, y_1, y_2, \dots , daß

$$\Delta^n y_0 = \sum_{j=0}^n (-1)^j \binom{n}{j} y_{n-j}.$$