

8. Übungsblatt zur Analysis I

Aufgabe 41 :

Bestimmen Sie die Häufungspunkte, \limsup , \liminf , \sup , \inf der Folge

$$\frac{1}{n} + \cos n\pi.$$

Aufgabe 42 :

Zeigen Sie, dass die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto |x|$ stetig ist.

Ist diese Funktion injektiv, surjektiv, bijektiv? Begründen Sie!

Aufgabe 43 :

Sei $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $u : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, und $v : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = x \cdot \sin(1/x) - 2x, \text{ falls } x \neq 0 \text{ und } f(0) = 0,$$

$$g(x) = \sin(1/x), \text{ falls } x \neq 0 \text{ und } g(0) = 0.$$

$$h(x) = (1/x) \cdot \sin(1/x), \text{ falls } x \neq 0 \text{ und } h(0) = 0$$

$$u(x) = (1/\sqrt{\sin x}) - 1, \text{ falls } x \neq 0, x \neq \pi \text{ und } u(0) = u(\pi) = 0, \text{ und}$$

$$v(x) = \sin(x^2).$$

Welche Funktionen sind stetig ? Welche haben ein Maximum und welche haben ein Minimum im Definitionsbereich ?