EBERHARD KARLS
UNIVERSITÄT
TÜBINGEN

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät

Fachbereich Mathematik

Prof. Dr. Andreas Prohl
Cedric Beschle

Nichtlineare Optimierung

Sommersemester 18 **Tübingen, 29.06.2018**

Übungsaufgaben 9

Problem 1. Der k-te Schritt des innere-Punkte-Verfahrens lautet: sei $\omega^k \in \mathring{\mathscr{X}}_{(\mathrm{PD})}$, bestimme eine Lösung $\Delta\omega^k := (\Delta x^k, \Delta\lambda^k, \Delta s^k)$ der Newton-Gleichung mit rechter Seite

$$\Big(0, 0, -\boldsymbol{X}^k \boldsymbol{S}^k e + \sigma_k \mu_k e\Big)^T,$$

wobei $\mu_k := \frac{\langle x^k, s^k\rangle}{n} \leq \epsilon$ und $\sigma_k \in [0,1]$, $\epsilon \in (0,1)$. Sei $\omega^{k+1} := \omega^k + t_k \Delta\omega^k$, wobei $t_k > 0$ die Schrittweite bezeichnet, die $\omega^{k+1} \in \mathring{\mathscr{X}}_{(\mathrm{PD})}$ sicherstellt. Es gelte nun

$$\mu_{k+1} \leq (1 - \frac{\delta}{n^\alpha})\mu_k \quad (k \in \mathbb{N})$$

für gewisse positive Konstanten δ, α, und $\omega^0 \in \mathring{\mathscr{X}}_{(\mathrm{PD})}$ erfülle

$$\mu_0 \leq \frac{1}{\epsilon^\kappa},$$

für ein $\kappa > 0$. Zeigen Sie, daß eine Zahl $\mathcal{K} = \Theta\big(n^\alpha |\log(\epsilon)|\big) \in \mathbb{N}$ existiert, sodaß

$$\mu_k \leq \epsilon \quad \forall k \geq \mathcal{K}.$$

Problem 2. Betrachte die folgende Umgebung des zentralen Pfades $t \mapsto (x_t, \lambda_t, s_t)$

$$\mathcal{N}_2(\theta) := \Big\{(x,\lambda,s) \in \mathring{\mathscr{X}}_{(\mathrm{PD})} : \big\|\boldsymbol{X}\boldsymbol{S}e - \mu e\big\|_2 \leq \theta\mu\Big\} \quad \big(\theta \in (0,1)\big),$$

mit $\mu := \frac{\langle x, s\rangle}{n}$. Eine weitere Umgebung des zentralen Pfades ist $(\ell \in (0,1))$

$$\mathcal{N}_{-\infty}(\ell) := \Big\{(x,\lambda,s) \in \mathring{\mathscr{X}}_{(\mathrm{PD})} : \; x_i s_i \geq \ell\mu \quad \forall i = 1, \cdots, n\Big\}.$$

Zeigen Sie, daß $(x,\lambda,s) \in \mathcal{N}_2(\theta)$ impliziert, daß $(x,\lambda,s) \in \mathcal{N}_{-\infty}(1-\theta)$.

Abgabe: 06.07.2018.