EBERHARD KARLS
UNIVERSITÄT
TÜBINGEN

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät

Fachbereich Mathematik

Prof. Dr. Andreas Prohl
Cedric Beschle

Nichtlineare Optimierung

Sommersemester 18 **Tübingen, 09.06.2018**

Übungsaufgaben 7

Problem 1. Betrachten Sie das Optimierungsproblem:

$$\min\ x_1 + x_2 \qquad \text{u.d.N.} \qquad \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

a) Welche Lösungen hat das Problem?

b) Formulieren Sie das Problem als lineares Programm in Normalform.

Problem 2. Seien $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$, $b \in \mathbb{R}^m$, und $c \in \mathbb{R}^n$ gegeben. Wir definieren den primal-dualen Polyeder

$$\mathscr{X} := \Big\{(x,\lambda,s) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n : Ax = b,\ \ A^T\lambda + s = c,\ \ x,s \geq 0\Big\},$$

und den strikten primal-dualen Polyeder

$$\mathring{\mathscr{X}} := \Big\{(x,\lambda,s) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n : Ax = b,\ \ A^T\lambda + s = c,\ \ x,s > 0\Big\}.$$

Let $\mathring{\mathscr{X}} \neq \emptyset$. Zeigen Sie, daß $\mathscr{M}(\alpha)$ beschränkt ist für alle $\alpha \geq 0$, wobei

$$\mathscr{M}(\alpha) := \Big\{(x,s) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n :\ \langle x,s\rangle \leq \alpha \quad \text{und} \quad \exists\, \lambda \in \mathbb{R}^m :\ (x,\lambda,s) \in \mathscr{X}\Big\}.$$

Problem 3. Sei $x \in \mathbb{R}^n$ zulässig für das primale Problem

$$\min\ \langle c,x\rangle \qquad \text{u.d.N.} \qquad Ax = b,\ \ x \geq 0 \tag{P}$$

und $(\lambda, s) \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n$ sei zulässig für das duale Problem

$$\max\ \langle b,\lambda\rangle \qquad \text{u.d.N.} \qquad A^T\lambda + s = c,\ \ s \geq 0\,. \tag{D}$$

Angenommen, es gelte $\langle x,s\rangle \leq \epsilon$ für ein $\epsilon > 0$. Zeigen Sie, daß dann die folgenden Abschätzungen gelten:

i) $\langle c,x^*\rangle \leq \langle c,x\rangle \leq \langle c,x^*\rangle + \epsilon$,

ii) $\langle b,\lambda\rangle - \epsilon \leq \langle b,\lambda\rangle \leq \langle b,\lambda^*\rangle$,

für alle primalen Lösungen $x^* \in \mathbb{R}^n$ und alle dualen Lösungen $(\lambda^*, s^*) \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n$.

Abgabe: 15.06.2018.