

6. Übungsblatt zur Numerik für Informatiker, Bio- und Medieninformatiker

Aufgabe 10: (Lösung eines nichtlinearen Gleichungssystems)

Wir interessieren uns für die Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned}5x_1 - 5x_2 + \ln(1 + e^{x_1}) &= 0, \\ -2x_1 + 7x_2 + \ln(1 + e^{x_2}) &= 0,\end{aligned}$$

welches auch in der Form

$$F(x) = Ax + G(x) = 0$$

mit

$$A := \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}, \quad G(x) := \begin{pmatrix} \ln(1 + e^{x_1}) \\ \ln(1 + e^{x_2}) \end{pmatrix}, \quad x := \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

geschrieben werden kann.

- (a) Bringen Sie das System durch Multiplikation mit A^{-1} zunächst auf die Fixpunktform $x = \Phi(x)$.
- (b) Zeigen Sie, dass die Fixpunktgleichung in (a) genau einen Fixpunkt $x^* \in \mathbb{R}^2$ besitzt und dass die zugehörige Iterationsfolge $x^{(k+1)} = \Phi(x^{(k)})$ für jeden Startwert $x^{(0)} \in \mathbb{R}^2$ gegen x^* konvergiert.

Besprechung in der Übung am 30.05.2016.

Bitte wenden!

Programmieraufgabe

Aufgabe P2: (4 Punkte)

Programmieren Sie das Newton-Verfahren zur Berechnung einer Polynomnullstelle in Matlab. Schreiben Sie dazu eine Funktion `newton` mit Aufruf `z=newton(p,z0)`, die als Eingabe einen Koeffizientenvektor $p = [p_n, \dots, p_0] \in \mathbb{R}^{n+1}$ und einen Startwert $z_0 \in \mathbb{C}$ erhält und eine berechnete Nullstelle z des Polynoms $P(x) = \sum_{j=0}^n p_j x^j$ ausgibt, bzw. eine entsprechende Meldung, falls keine Konvergenz erreicht wurde (überlegen Sie sich, welcher Wert z im letzten Fall ausgegeben werden soll).

Betrachten Sie nun folgende Routine, die Ihr Programm `newton` aufruft, und erläutern Sie, was sie tut. Wenden Sie die Routine für ein Polynom $P(z) = z^n - 1$ mit $n \geq 3$ an.

```
x0=-1; x1=1; sx=(x1-x0)/200; % x-Bereich und Schrittlänge
y0=-1; y1=1; sy=(y1-y0)/150; % y-Bereich und Schrittlänge
x=x0:sx:x1; y=y0:sy:y1;      % x,y-Gitter
f=zeros(size(x,2),size(y,2));
n=3; % Grad des Polynoms z.B. gleich 3
p=zeros(1,n+1);
p(1)=1; % Term z^n
p(end)= - 1; % konstanter Term
for jx=1:size(x,2)
    for jy=1:size(y,2)
        z=newton(p,x(jx)+1i*y(jy)); % Darstellung des komplexen i durch 1i
        f(jx,jy)=atan2(real(z),imag(z)); % Winkelargument
    end
end
end
figure(1)
mesh(x,y,f')
view(2)
title('???')
```

Abgabe der Programmieraufgabe in maximal Zweiergruppen bis zum 07.06.2016 um 16 h s.t. per E-Mail an eberle@na.uni-tuebingen.de.

Bitte beachten Sie die Informationen zur Abgabe auf der Homepage.

Ansprechpartner: Sarah Eberle,
eberle@na.uni-tuebingen.de, Sprechstunde: Donnerstag 10-11 h