

2. Übungsblatt zur Numerik für Informatiker, Bio- und Medieninformatiker

Aufgabe 3: (Pseudo-Code Gauß)

Beschreiben Sie die Gauß-Elimination für das Lösen des linearen Gleichungssystems $Ax = b$ mittels Pseudo-Code und betrachten Sie dabei folgende Schritte:

- (a) LR -Zerlegung (zunächst ohne, dann mit Spaltenpivotwahl),
- (b) $Lc = b$ (Vorwärtssubstitution),
- (c) $Rx = c$ (Rückwärtssubstitution).

Aufgabe 4: (Matrixnorm)

- (a) Seien $\|\cdot\|$ and $\|\cdot\|_*$ Normen auf \mathbb{R}^n bzw. \mathbb{R}^m . Zeigen Sie, dass durch

$$\|A\| := \sup_{0 \neq x \in \mathbb{R}^n} \frac{\|Ax\|_*}{\|x\|}$$

eine Norm auf dem Raum der reellen $(m \times n)$ -Matrizen definiert ist.

- (b) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Eigenwerte von A sowie folgende Normen: $\|A\|_1$, $\|A\|_2$ und $\|A\|_\infty$.

Besprechung in der Übung am 25.04.2016.

Bitte wenden!

Aufgaben Hausübung Blatt 1

Aufgabe 1*: (4 Punkte)

Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 &= 10 \\2x_1 + 4x_3 &= 10 \\3x_1 + 4x_2 + 5x_3 &= 22\end{aligned}$$

mit dem Gauß-Algorithmus mit Spaltenpivotisierung und geben Sie auch die entsprechende Zerlegung $PA = LR$ an.

Aufgabe 2*: (4 Punkte)

Formulieren Sie einen Algorithmus zum Lösen des Gleichungssystems

$$Ly = b,$$

wobei L eine invertierbare, untere Dreiecksmatrix ist. Geben Sie die Formel zur Berechnung von y_i an. Wie viele und welche Operationen (Multiplikation, Addition) sind zur Bestimmung von y nötig?

Aufgabe 3*: (4 Punkte)

Zur Berechnung des Ausdrucks $(\sqrt{2} - 1)^6$ möchte man den Näherungswert 1.4 für $\sqrt{2}$ verwenden. Welche der folgenden Formeln führt zu dem besten, welche zu dem schlechtesten Resultat?

- (a) $(\sqrt{2} - 1)^6$
- (b) $\frac{1}{(\sqrt{2}+1)^6}$
- (c) $(3 - 2\sqrt{2})^3$
- (d) $\frac{1}{(3+2\sqrt{2})^3}$
- (e) $99 - 70\sqrt{2}$
- (f) $\frac{1}{99+70\sqrt{2}}$

Machen Sie Experimente und begründen Sie das Ergebnis mit einer Konditionsanalyse. Untersuchen Sie dazu die absolute Kondition $\kappa_{abs} = |f'(x)|$ und die relative Kondition $\kappa_{rel} = \frac{|x|}{|f(x)|} \kappa_{abs}$. Betrachten Sie dazu die Formeln (a)-(f) für $\sqrt{2} = x$, d.h. bei (a) $f(x) = (x - 1)^6$.

Schriftliche Abgabe der Hausübung in maximal Zweiergruppen am 26.04.2016 zu Beginn der Vorlesung.

Ansprechpartner: Sarah Eberle,
eberle@na.uni-tuebingen.de, Sprechstunde: Donnerstag 10-11 h