

0. Übungsblatt zur Numerik instationärer Differentialgleichungen

Aufgabe 1: Machen Sie sich wieder mit folgenden Begriffen vertraut: Runge-Kutta-Verfahren, Gewichte, Koeffizienten, Koeffizientenmatrix, Butcher-Tableau. Wann ist ein Runge-Kutta-Verfahren explizit?

Aufgabe 2: Die Differentialgleichung

$$y' = Ay \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 998 & -1998 \\ 999 & -1999 \end{pmatrix}$$

werde mit dem expliziten und dem impliziten Euler-Verfahren gelöst. Zeigen Sie: Die exakte Lösung erfüllt $y(t) \rightarrow 0$ für $t \rightarrow \infty$. Für welche Wahl der Schrittweite h geht die numerische Lösung des expliziten bzw. impliziten Euler-Verfahrens gegen 0?

Hinweis: Diagonalisierung von A .

Aufgabe 3: Auf das Anfangswertproblem

$$y' = \lambda y, \quad y(0) = y_0$$

werde ein explizites Runge-Kutta-Verfahren der Ordnung p mit s Stufen angewandt. Zeigen Sie:

(a) $y_1 = P(h\lambda)y_0$, wobei $P(z)$ ein Polynom vom Grad s ist.

(b) Falls $p = s$, so gilt

$$P(z) = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \dots + \frac{z^p}{p!}.$$

Übungsblatt zur freiwilligen Bearbeitung. Besprechung in der Übung am 20.04.2018.

Ansprechpartner: Dominik Edelmann,
edelmann@na.uni-tuebingen.de,

Sprechstunde Mo 14 - 16 Uhr oder nach Anmeldung per E-Mail.

Melden Sie sich bis spätestens Fr., 20.04., 23:59, unter

<http://urm.math.uni-tuebingen.de/>

zum Übungsbetrieb an.