

### 3. Übungsblatt zur Numerik stationärer Differentialgleichungen

#### Aufgabe 5:

Zeigen Sie, dass für die Lösung der Mehrzielgleichungen gilt:

$$\Delta x_j = \sum_{l=0}^{m-1} G_{jl} F_l - E_{m-j}^{-1} F_m,$$

mit

$$E_{m-j} := AR_0^{-1} \cdots R_{j-1}^{-1} + BR_{m-1} \cdots R_j$$

und

$$G_{jl} = \begin{cases} E_{m-j}^{-1} AR_0^{-1} \cdots R_l^{-1} & l < j, \\ -E_{m-j}^{-1} BR_{m-1} \cdots R_{l+1} & l \geq j, \end{cases}$$

wobei wir leere Produkte als  $I$  auffassen. Die Matrix  $(G_{jl})$  kann also als diskretes Analogon der Green'schen Funktion aus Aufgabe 2 aufgefasst werden.

Hinweis: Zeigen und benutzen Sie  $E_{m-(j+1)} R_j = E_{m-j}$ .

#### Aufgabe 6:

Wie sieht das Runge-Kutta-Verfahren aus, das zum Kollokationsverfahren mit einem (einigen) Knoten  $c_1 = 1/2$  äquivalent ist?

#### Aufgabe 7:

Betrachten Sie das lineare Randwertproblem

$$y' = C(t)y, \quad Ay(a) + By(b) = r.$$

Wenn Sie auf dieses Randwertproblem das Kollokationsverfahren aus Aufgabe 6 als Mehrzielmethode anwenden, so erhalten Sie ein lineares Gleichungssystem. Geben Sie dieses an.