

12. Übungsblatt zur Numerik stationärer Differentialgleichungen

Aufgabe 32:

Zeigen Sie für lineare Funktionen v auf einem Dreieck K mit Durchmesser h und Inkreisradius ρ

$$\|v\|_{\infty} \leq C h^{-1} \|v\|_{0,K},$$

wobei C nicht von K abhängt, solange $h/\rho \leq \text{Const.}$

Aufgabe 33:

Sei K ein Dreieck mit Durchmesser h und Inkreisradius ρ . Zeigen Sie, dass für den Interpolationsfehler gilt

$$\|u - \Pi_h u\|_{\infty} \leq Ch |u|_{2,K} \quad \text{für alle } u \in H^2(K),$$

wobei C nicht von K abhängt, solange $h/\rho \leq \text{Const.}$

Hinweis: $H^2(K) \hookrightarrow C(K)$ mit $\|\cdot\|_{\infty}$ ist stetig und linear nach dem Sobolev'schen Einbettungssatz. Zeigen Sie die Aussage zunächst für das Referenzdreieck.

Aufgabe 34:

Ein H^2 -reguläres Randwertproblem werde mit einer Finite Elemente – Methode mit linearen Finiten Elementen gelöst. Zeigen Sie, dass für den Fehler gilt

$$\|u - u_h\|_{\infty} \leq Ch |u|_2.$$

Hinweis: Verwenden Sie $u - u_h = (u - \Pi_h u) + (\Pi_h u - u_h)$, die Aufgaben 32, 33 und dann $\Pi_h u - u_h = (\Pi_h u - u) + (u - u_h)$.