Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christian Lubich

Tübingen, den 21.12.2021

10. Übungsblatt zur Numerik stationärer Differentialgleichungen

Aufgabe 25:

(a) Geben Sie die lokalen linearen Basisfunktionen für das Referenzdreieck E_0 (Referenzelement) mit den Knoten $(0,0), (1,0)$ und $(0,1)$ an.

(b) Geben Sie die zugehörigen lokalen Matrizen an:

$$\int_{E_0} \phi_i \phi_j, \quad \int_{E_0} \partial_x \phi_i \partial_x \phi_j, \quad \int_{E_0} \partial_x \phi_i \partial_y \phi_j, \quad \int_{E_0} \partial_y \phi_i \partial_x \phi_j, \quad \int_{E_0} \partial_y \phi_i \partial_y \phi_j \qquad i,j = 1,2,3.$$

Aufgabe 26:

Geben Sie die affine Transformation zwischen einem beliebigen Dreieckselement $E \subset \mathbb{R}^2$ (mit Knoten (x_i, y_i) $i = 1,2,3$) und dem Referenzdreieck E_0 an. Wie sieht die inverse Transformation aus?

Aufgabe 27:

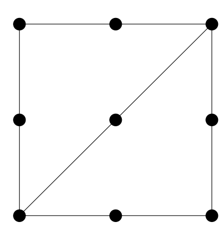
Transformieren Sie mit Hilfe der affinen Abbildung von E nach E_0 (siehe Aufgabe 26), die folgenden Integrale auf E_0:

$$\int_E \phi_i \phi_j, \qquad \int_E \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j.$$

Hinweis: Integraltransformation.

Aufgabe 28:

Geben Sie die Basisfunktionen für ein Dreieckselement mit quadratischem Polynomraum an. Geben Sie die globale Basisfunktion entsprechend dem Punkt $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ in der unten gezeichneten Triangulierung des Einheitsquadrates an.



Erläutern Sie, wie man die Basisfunktionen für das Dreieckselement mit kubischen Polynomen erhält.

Besprechung in der Übung am 11.01.2022.
Wir wnschen Ihnen ein frohes Weihnachtsfest und einen guten Start ins neue Jahr. Bleiben Sie gesund!