

1. Übungsblatt zur Numerik stationärer Differentialgleichungen

Aufgabe 1:

(a) Bestimmen Sie die Lösung des 1-dimensionalen Anfangswertproblems

$$y'(t) = \lambda y(t), \quad y(t_0) = y_0 \in \mathbb{R}, \quad \lambda \in \mathbb{R},$$

für ein fest gewähltes t_0 .

(b) Verwenden Sie dieses Ergebnis für den Übergang in höhere Dimensionen. Geben Sie dafür die Resolvente $R(\cdot, \cdot)$ des d -dimensionalen Anfangswertproblems

$$y'(t) = Ay(t), \quad y(t_0) = y_0 \in \mathbb{R}^d, \quad A \in \mathbb{R}^{d \times d}, \quad (*)$$

für ein fest gewähltes t_0 explizit an und führen Sie durch deren Einsetzen in die Differentialgleichung (*) eine Probe durch.

(c) Lassen sich diese Überlegungen auch für den Fall eines nicht konstanten $A(t) \in \mathbb{R}^{d \times d}$ übertragen?

Aufgabe 2:

Sei $R(\cdot, \cdot)$ die Resolvente der linearen Differentialgleichung $\tilde{y}'(t) = C(t)\tilde{y}(t)$, mit $C(t) \in \mathbb{R}^{d \times d}$. Zeigen Sie:

(a) Für festes t_0 ist $R(\cdot, t_0)$ die Lösung des Problems

$$\frac{d}{dt} R(t, t_0) = C(t)R(t, t_0), \quad R(t_0, t_0) = I.$$

(b) Die Lösung des inhomogenen Anfangswertproblems

$$y'(t) = C(t)y(t) + q(t), \quad y(t_0) = y_0 \in \mathbb{R}^d$$

ist gegeben durch

$$y(t) = R(t, t_0)y_0 + \int_{t_0}^t R(t, s)q(s)ds.$$

Besprechung in den Übungen am 26.10.2021.

Bitte melden Sie sich in URM zu den Übungen an.